# UNIVERSIDAD NACIONAL DE SANTIAGO DEL ESTERO FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGÍAS DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE MATEMÁTICA

### PLANIFICACION DE LA ASIGNATURA

ANÁLISIS MATEMÁTICO III (AÑO 2011)

**CARRERAS**:

PROPFESORADO EN MATEMÁTICA

(P.E. 2004)

EQUIPO DOCENTE:

Lic. Nori CHEEIN de AUAT

Lic. Lilia Susana CAÑETE de LUACES

## 1. IDENTIFICACIÓN

- 1.1 Nombre de la Asignatura: Análisis Matemático III
- 1.2 Carreras: Profesorado en Matemática (P.E. año 2004)

1.3 -Ubicación de la asignatura:

- 1.3.1 Módulo Año: Tercer módulo Segundo Año.
- 1.3.2 Correlativas Anteriores: Álgebra II, Análisis Matemático II.
- 1.3.3 Correlativas Posteriores: Análisis Matemático IV, Geometría Diferencial, Informática.

1.4 - Objetivos establecidos en el Plan de Estudios para la Asignatura:

- Lograr una adecuada comprensión de los conceptos de límite, continuidad y derivada, en espacios de dimensión n.
- Generalizar el cálculo diferencial de funciones reales de variable real para los casos donde el recorrido es un conjunto de vectores, donde lo es el dominio y donde el dominio y el recorrido lo son, respectivamente.
- Estudiar las integrales dobles y triples.
- Efectuar cambios de variables para resolver situaciones determinadas.
- Comprender las integrales sobre líneas y sus aplicaciones.
- Introducir nuevos conceptos como gradiente, divergencia, rotor, etc. que le permitan abordar nuevos tipos de problemas.

## 1.5 - Contenidos mínimos establecidos en el Plan de Estudios para la Asignatura:

Funciones de varias variables. Límite. Continuidad y diferenciabilidad en R<sup>n</sup>. Teorema de la función implícita. Fórmula de Taylor en R<sup>n</sup>. Sucesiones y series en R<sup>n</sup>. Integración en R<sup>n</sup>. Análisis vectorial. Curvas rectificables. Curvatura y torsión. Ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales. Métodos numéricos asociados.

- 1.6 Carga horaria semanal y total: 8 hs. / 120 hs.
- 1.7 Año académico: 2.011

#### 2. PRESENTACION

## 2.1 Ubicación de la asignatura como tramo de conocimiento de una disciplina:

La asignatura Análisis Matemático III está ubicada en la disciplina "ANÁLISIS MATEMÁTICO" correspondiente a un tercer curso de la misma.

Como los estudiantes disponen de conocimientos sobre el sistema de los números reales y están familiarizados con sus propiedades fundamentales y con los conceptos de límite, continuidad, derivada e integral de funciones reales de una variable real el abordaje de los temas que se proponen en ésta resultan de ágil comprensión.

Este curso les ofrece otra oportunidad para aumentar su comprensión y apreciación de las ideas fundamentales del Análisis. La Geometría y el Cálculo se extienden en dimensión con los vectores *n*-dimensionales.

Los contenidos de la Asignatura se distribuyen en cuatro Unidades a lo largo de las cuales se fortalecen las demostraciones de teoremas y propiedades con un uso adecuado de los conceptos lógicos y empleando el método deductivo. Se introducen aplicaciones detalladas de cada tema. Como conceptos previos se discuten el Álgebra de Vectores en el espacio *n*-dimensional y la Geometría del espacio *n*-dimensional con énfasis particular en el espacio de tres dimensiones. Luego se generaliza el cálculo diferencial de funciones reales de una sola variable real para los casos donde el recorrido es un conjunto de vectores, donde lo es el dominio, y donde tanto el dominio como el recorrido lo son, respectivamente.

En la Unidad I se estudian las funciones vectoriales de una variable real y su uso en el análisis de curvas alabeadas llegando a la presentación del triedro fundamental.

La función real de dos variables independientes, cuya representación gráfica es una superficie, se presenta en la Unidad II. Se analizan las formas y propiedades de las cónicas como introducción al estudio de las secciones planas de las superficies cuádricas. También se presentan otras superficies de uso frecuente en las aplicaciones a la Física. Se consideran también las derivadas de campos escalares, comenzando con la variación del campo escalar según una dirección e introduciendo el vector gradiente, que aparece como la generalización natural, de la derivada de funciones de una variable. El concepto de diferencial como transformación lineal es útil para poner énfasis en la aproximación lineal a una función no lineal y definir el plano tangente a una superficie. Así mismo, se presentan en esta unidad los Teoremas sobre funciones implícitas y sistemas de funciones implícitas y el uso de los determinantes jacobianos. Se extienden las fórmulas de Taylor y de Mc Laurin a funciones de *n*-variables. Las aplicaciones son de dos tipos: i) cálculo numérico; ii) localización de los extremos de una función. Si bien se expone con todo detalle la teoría de extremos para funciones de dos variables, también se incluye el teorema general para funciones de *n*-variables así como una regla práctica para la ubicación de extremos.

La Unidad III se refiere a integrales múltiples. Se comienza por las integrales dobles, se sigue con las integrales triples y se da un breve tratamiento de la integral de una función real de *n*-variables reales. Numerosos ejemplos de aplicaciones físicas y geométricas, utilizando incluso cambio de variables, complementan la presentación del tema

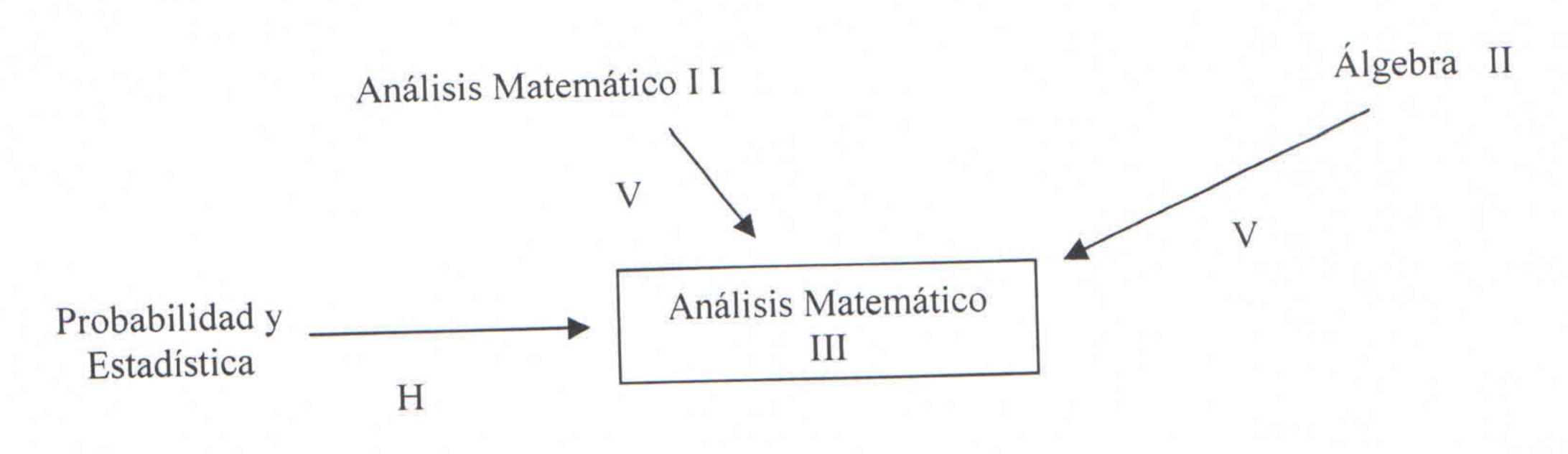
La teoría de la derivación de campos vectoriales figura en la Unidad IV; esta teoría se basa en el cálculo, uso y aplicaciones de la matriz jacobiana, representación matricial de la transformación lineal. En relación a la matriz jacobiana, se definen la divergencia y el rotor de un campo vectorial, considerando sus propiedades esenciales como operadores vectoriales. Se presentan las integrales curvilíneas. El estudio de sus propiedades y del teorema de Green las convierten en una herramienta útil para la resolución de numerosos problemas en los que se investiga el comportamiento de un campo escalar o vectorial a lo largo de una curva. El tema se completa con las aplicaciones de mayor importancia en Mecánica y Dinámica de Fluidos.

En el desarrollo de todas las unidades temáticas, se trabaja con aplicaciones a las ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales, sencillas.

En todos los temas que se abordan se pone énfasis en las aplicaciones a métodos numéricos asociados..

## 2.2 Conocimientos y habilidades previas que permiten encarar el aprendizaje de la Asignatura.

Los contenidos que se abordan en esta asignatura se coordinan verticalmente (V) u horizontalmente (H) con los de otros espacios curriculares:



#### 3. OBJETIVOS

#### 3.1 Objetivos Generales:

Que el alumno logre:

- Conocer los contenidos incluidos en el programa.
- Afianzar los conocimientos adquiridos.
- Estimular su creatividad y desarrollar su poder de crítica, análisis y síntesis.
- Adquirir destrezas y hábitos en el empleo de los elementos y conocimientos que provea la asignatura.
- Tratar y resolver situaciones y problemas que presentan las ciencias y las técnicas.

## 3.2 Objetivos Específicos:

Capacitar al alumno para:

- Generalizar el cálculo diferencial de funciones reales de una sola variable real para los casos donde el recorrido es un conjunto de vectores, donde lo es el dominio y donde el dominio y el recorrido lo son, respectivamente.
- Adquirir una mejor comprensión de los conceptos de límite, continuidad y derivada, que aparecen como generalizaciones a espacios de más alta dimensión.
- Encontrar las ecuaciones de los vectores principales, las ecuaciones de los planos osculador, normal y rectificante.
- Representar curvas y superficies en el espacio.
- Analizar el Teorema de Valor Medio.
- Interpretar el Teorema de Taylor y sus aplicaciones.

- Extender el cálculo integral de funciones reales de una variable real a funciones reales de un vector.
- Estudiar las integrales dobles y las integrales triples.
- Efectuar cambios de variable para las integrales dobles y triples.
- Comprender analítica y gráficamente el concepto de integral para funciones vectoriales de variable real.
- Calcular la integral de línea como integral simple.
- Relacionar la integral curvilínea con la integral doble.
- Establecer relaciones entre campos escalares y vectoriales
- Probar y aplicar propiedades del gradiente, la divergencia y el rotor.
- Reconocer los distintos tipos de ecuaciones diferenciales.
- Resolver ecuaciones diferenciales de primer orden y de primer grado, ecuaciones diferenciales de orden superior y algunos tipos de ecuaciones diferenciales de segundo orden.
- Utilizar el método deductivo para la realización de análisis crítico de argumentaciones, para efectuar demostraciones y deducciones y para la validez de los resultados.

## 4. SELECCIÓN Y ORGANIZACIÓN DE CONTENIDOS

## 4.1. Programa Sintético sobre la base de los Contenidos Mínimos

- UNIDAD I: Función Vectorial de Variable Real. Álgebra de funciones. Límite.

  Continuidad. Derivada. Diferencial. Curvas. Longitud de Curva. Versores fundamentales. Aplicaciones a las ecuaciones diferenciales ordinarias como primitiva de una función.
- UNIDAD II: Función Real de Variable Vectorial. Álgebra de funciones. Límite.

  Continuidad. Derivada. Diferencial. Función Compuesta. Función

  Implícita y sistemas de funciones implícitas. Sucesiones y series en R<sup>n</sup>.

  Fórmula de Taylor. Extremos. Aplicaciones a ecuaciones diferenciales donde intervengan campos escalares o sus derivadas parciales.
- UNIDAD III: Integral doble. Concepto. Cálculo. Propiedades. Aplicaciones. Cambio de variables.
   Integral triple. Concepto. Cálculo. Propiedades. Aplicaciones. Cambio de variables.
- UNIDAD IV: Función Vectorial de Variable Vectorial. Álgebra. Límite. Continuidad.

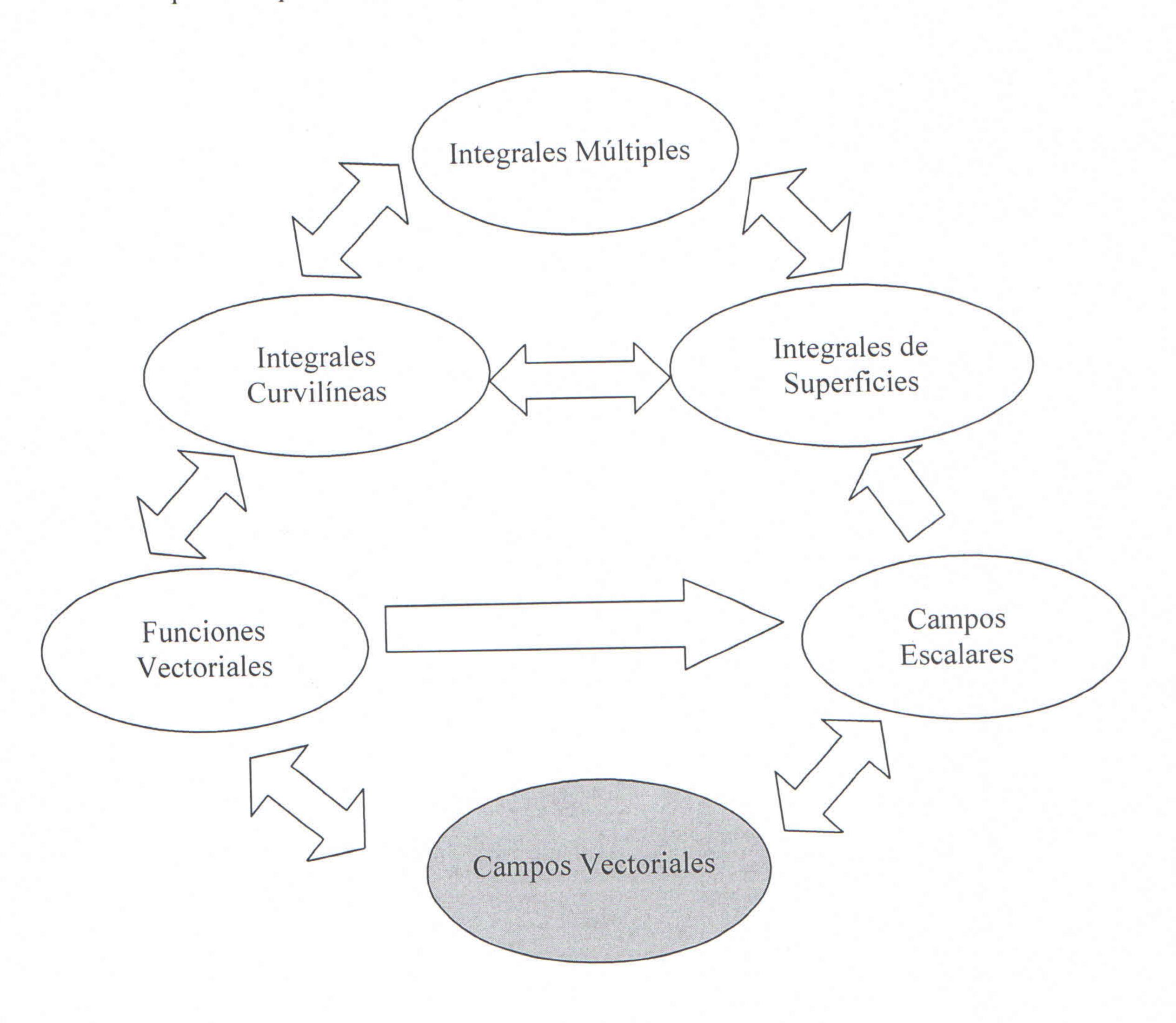
  Derivada. Diferencial. Integral curvilínea. Concepto. Propiedades.

  Aplicaciones. Función potencial. Relación entre campos escalares y

vectoriales. Aplicaciones a ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales, sencillas.

## 4.2. Articulación temática de la Asignatura

Mapa conceptual de la Asignatura



#### 4.3 Programa Analítico

## UNIDAD I: FUNCIONES VECTORIALES DE UNA VARIABLE REAL.

Concepto de funciones vectoriales de una variable real. Límite de una función vectorial. Algebra de funciones vectoriales. Continuidad local y global. Curvas. Derivada de una función vectorial. Teorema sobre derivada. Algebra de derivadas. Diferencial. Representación de curvas planas y alabeadas. Curvas rectificables. Versores principales: versor tangente, versor normal y versor binormal. Ecuaciones de los planos: osculador, normal y rectificante. Ecuaciones de las rectas: tangente, binormal y normal a una curva alabeada. Curvatura y torsión. Aplicaciones a las ecuaciones diferenciales ordinarias como primitiva de una función.

## UNIDAD II: FUNCIONES REALES DE UN VECTOR O CAMPO ESCALAR

Concepto de funciones reales de variable vectorial. Representaciones geométricas. Conjunto de nivel. Límites. Continuidad. Funciones diferenciables Propiedades. Teorema del Valor Medio del Cálculo diferencial. Derivadas direccionales. Derivadas parciales. Interpretación geométrica de las derivadas. Propiedades. Concepto de diferencial de una función. Funciones compuestas. Derivación y diferenciación. Plano tangente a una superficie dada por z=F(x,y) y recta normal. Interpretación geométrica de la diferencial en  $R^3$ . Derivadas parciales sucesivas. Inversión del orden de la derivación. Teorema de Taylor. Funciones homogéneas. Teorema de Euler. Funciones implícitas y sistemas de funciones implícitas. Teorema de existencia y derivabilidad para una función definida en forma implícita y para sistemas de funciones implícitas. Extremos relativos de una función real de variable vectorial, análisis. El Hessiano. Condiciones necesarias y suficientes para la existencia de extremos de campos escalares cuando su dominio está contenido en  $R^2$ . Aplicaciones a ecuaciones diferenciales donde intervengan campos escalares o sus derivadas parciales.

## UNIDAD III: INTEGRALES MÚLTIPLES

## INTEGRAL DOBLE DE UNA FUNCIÓN ACOTADA

Concepto. Propiedades. Integrabilidad de funciones continuas. Teorema del Valor Medio del Cálculo Integral, casos particulares. Integrales simples de funciones de dos variables o integrales paramétricas o funcionales. Continuidad de integrales paramétricas. Derivada de una integral paramétrica. Cálculo de área y volumen de un sólido limitado por dos superficies. Teorema de cambio de variables. Integrales dobles en coordenadas polares. Aplicaciones.

## INTEGRAL TRIPLE DE UNA FUNCIÓN ACOTADA.

Concepto. Propiedades. Integral triple de una función continua. Integral iterada. Cálculo de volumen. Teorema de cambio de variables. Integrales Triples en coordenadas esféricas y cilíndricas. Aplicaciones.

## UNIDAD IV: <u>FUNCIONES VECTORIALES DE UN VECTOR O CAMPOS VECTORIALES.</u>

Concepto. Límite. Continuidad. Diferencial y derivada de un campo vectorial. Integral curvilínea: concepto, propiedades. Integral sobre una curva plana. Condición necesaria y suficiente para que la integral curvilínea sea independiente del camino de integración. Teorema de Green, aplicaciones. Cálculo de área de regiones planas. Relación entre campos vectoriales y escalares: gradiente de un campo escalar. Divergencia de un campo vectorial. Rotacional de un campo vectorial. El Laplaciano de un campo vectorial y de un campo escalar. Concepto. Propiedades geométricas. Aplicaciones a ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales, sencillas.

#### 4.4. Programa y Cronograma de trabajos prácticos PROGRAMA DE TRABAJOS PRÁCTICOS

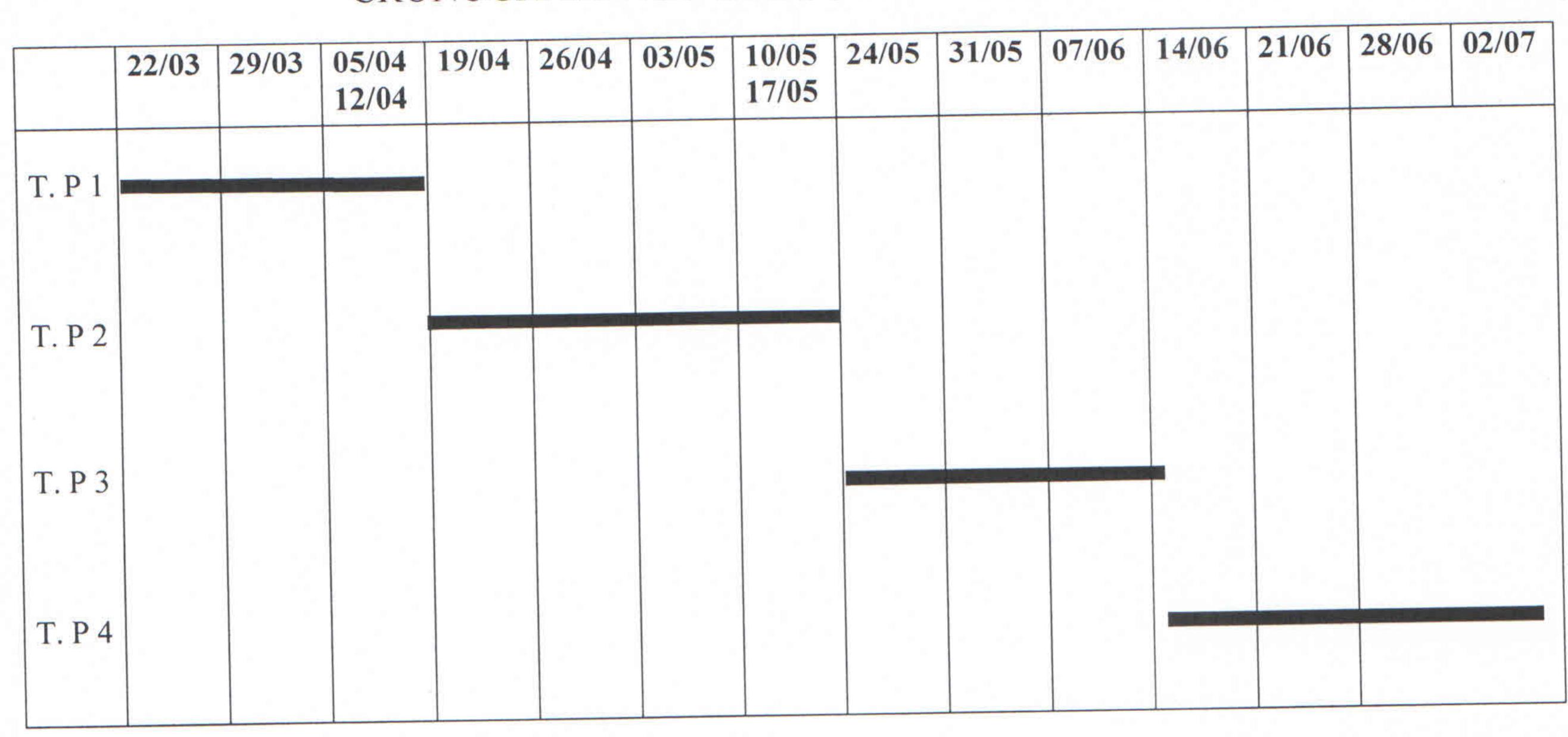
Trabajo Práctico Nº1: Funciones Vectoriales. Límite. Continuidad. Diferenciación. Propiedades. Curvas. Longitud de Arco de Curva. Triedro de Frenet. Aplicaciones a las ecuaciones diferenciales ordinarias como primitiva de una función.

Trabajo Práctico N°2: Funciones Reales de un Vector. Límite. Continuidad. Diferenciación. Propiedades. Derivada Direccional. Derivadas Parciales. Aplicaciones a la Física y a la Química. Función Compuesta. Plano Tangente. Derivadas Sucesivas. Teorema de Taylor y Mc. Laurin. Función Implícita y sistemas de funciones implícitas. Extremos. Aplicaciones a ecuaciones diferenciales donde intervengan campos escalares o sus derivadas parciales.

**Trabajo Práctico N°3:** Integrales Múltiples. Integrales Dobles. Cálculo. Área. Volumen. Cambio de Variable. Integrales Triples. Cálculo. Volumen. Cambio de Variable. Aplicaciones a la Física.

Trabajo Práctico Nº4: Función Vectorial de un Vector. Límite. Continuidad. Diferenciación. Derivada. Integral Curvilínea. Teorema de Green. Área. Independencia de la Trayectoria. Función Potencial. Relaciones entre campos escalares y campos vectoriales. Aplicaciones a ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales, sencillas.

### CRONOGRAMA DE TRABAJOS PRÁCTICOS



### 5. BIBLIOGRAFÍA

#### 5.1. Bibliografía General

- Haaser, N.B. La Salle, J.P. y Sullivan. J.A.

  Análisis Matemático Curso intermedio (Volumen II)

  Editorial Trillas.
- Apóstol, T. N.

  Análisis Matemático

  Editorial Reverté S. A.
- Pita Ruiz, C.
  Cálculo Vectorial (Primera Edición)
  Editorial Prentice Hall Hispanoamericana S.A.
- Rey Pastor, J. Calleja. P. Trejo, C.A. Análisis Matemático (Tomo II) Editorial Kapeluz.

#### 5.2. Bibliografía Específica

- Rabuffetti, Hebe T.
  Introducción al Análisis Matemático (Cálculo 2)
  Editorial el Ateneo.
- Leithold, Louis
  Cálculo con Geometría Analítica
  Editorial Harla- México.
- Larson, R.E- Hostetler, R.P.- Edwards, B.H. Cálculo y Geometría Analítica (Volumen 2) Editorial McGraw- Hill.
- Courant, R. John, F..
  Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático (Volumen 2)
  Editorial Limusa.

Stewart, James
Cálculo Multivariable (IV Edición)
Editorial Thomson – Learning, Mexico

Aportes personales del equipo docente incluyendo Ayudantes de 2<sup>da</sup> Estudiantil.

#### 6. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

#### 6.1. Aspectos Pedagógicos y Didácticos

La estrategia metodológica que se adopta en la asignatura, para llevar adelante el proceso de enseñanza-aprendizaje, es el de desarrollar clases teórico-prácticas.

Se combinan técnicas individuales y grupales, con apoyo informático, clases expositivas orientadoras y en algunas unidades se trabaja con la metodología de Aula – Taller.

Se dispones de 8 (ocho) horas reloj semanales de las cuales 3 (tres) se destinan a práctica.

#### 6.2. Actividades de los Alumnos y de los Docentes

Cada clase es asistida por dos docentes. Las temáticas que se desarrollan son las que figuran en la programación analítica. Se busca siempre el diálogo con los alumnos.

Se prevé en la asignatura Clases de Apoyo que son atendidas por los Ayudantes Estudiantiles bajo el control de los profesores. En las mismas, que no son obligatorias, se refuerza la práctica y se realizan trabajos en el Laboratorio de Informática desarrollando actividades vinculadas con la carrera que siguen los alumnos.

6.3	6.3. Cuadro Sintético  Classes Cargo Asistencia Nº de A cargo de Técnicas Énfasis Actividades de los						
Clases	Carga Horaria	Asistencia	N° de alumnos estimado		más usadas		alumnos
Teórico Práctica	8 horas (1 día 3 hs. y 1 día 2 hs.)	*	30	Prof. Asoc. Prof. Adj.	Expositiva Dialogada		Anotan, preguntan, aportan ideas. Búsqueda bibliográfica Trabajan en grupos muy pequeños.
				Prof. Asoc. Prof. Adj. J.T.P. Ayudante Estudiantil	Aula-Taller	X	Consultas bibliográfica
Práctica	3 horas	*	30	J.T.P. Prof. Adj.	Pequeños grupos de discusión	X	Resuelven guías de trabajos prácticos Presentan situaciones nuevas (de temas ya tratados y que son asignados con anticipación) con ayuda dequipamiento didáctico. Resuelven tema específicos (segúla carrera) co apoyo informático "uso de Mathematica"
Consul- tas	3 horas (por grupo)		10 (por grupo)	Docentes de la cátedra y Ayudantes estudianti- les			Preguntan, resuelven ejercicio fijan concepto realizan trabajos el Laboratorio Informática

<sup>\*</sup> Alumnos que aspiran promocionar la asignatura sin examen final

#### 6.4. Recursos Didácticos

Los recursos más usados en el desarrollo de las actividades de la asignatura Análisis Matemático II son:

- Libros
- Aportes personales de la cátedra
- Guías de Trabajos Prácticos
- Pizarrón
- Transparencias
- Programas informáticos (software)

Se prioriza el manejo de los libros, las redes conceptuales de cada unidad y el mapa conceptual de la asignatura, puesto que ellos ayudan a los alumnos a comprender la relación entre los temas.

Como clases de apoyatura, con el uso de programas informáticos (software MATHEMATICA) se realizan prácticas acordes a la orientación de la carrera que siguen y siempre vinculados con los trabajos prácticos correspondientes.

También se emplea la exposición oral y grupal de los alumnos sobre determinados

temas de búsqueda bibliográfica.

El Aula-Taller se usa para el desarrollo de determinadas unidades temáticas.

#### 7. EVALUACIÓN

## 7.1. Evaluación Diagnóstica

Al comienzo del curso se efectuará una evaluación diagnóstica a fin de obtener información acerca de los conocimientos que los alumnos poseen sobre conceptos de Álgebra, Lógica y Análisis Matemático (en una variable). A continuación se presentará un Mapa Conceptual que justifica el desarrollo de los contenidos de la asignatura Análisis Matemático II.

#### 7.2. Evaluación Formativa

Se llevará a cabo mediante tareas grupales que luego son puestas a consideración de todos los compañeros de cursada. Estas actividades son teórico-prácticas.

#### 7.3. Evaluación Parcial

Se prevén cuatro evaluativos parciales, uno por cada unidad. Los mismos son teórico-prácticos, dando mayor énfasis a los problemas de aplicación.

#### 7.3.1. Programa y Cronograma de Evaluaciones parciales

	Unidad I-	Evaluativo N°1	Tercera semana de Abril
•	Unidad II -	Evaluativo N°2	Tercera semana de Mayo
•	Unidad III	- Evaluativo N°3	Segunda semana de Junio
	Unidad IV	- Evaluativo N°4	Primera semana de Julio

#### 7.3.2. Criterios de Evaluación

Los contenidos que se tendrán presentes para evaluar el proceso de apropiación de saberes son:

#### Contenidos Conceptuales:

- Comprensión y aplicación de conceptos con rigor científico.
- Manejo del lenguaje lógico-formal de la Matemática
- Identificación de teoremas, propiedades y relaciones de los Campos Vectoriales.

#### Contenidos Procedimentales:

- Análisis, interpretación y modelación matemática de problemas.
- Estrategias y procesos de razonamiento.
- Representación gráfica en tres dimensiones a través de diagramas y tablas.
- Elaboración de archivos con los principales núcleos temáticos.

#### Contenidos Actitudinales:

- Aportes personales.
- Dedicación puesta de manifiesto en clase.
- Participación en el grupo.
- Respeto por los integrantes del grupo.

#### 7.3.3. Escala de valoración

Los evaluativos parciales y los recuperatorios serán desarrollados por los estudiantes en forma individual y calificados con "escala de 0 a 10 puntos", por docentes de la cátedra. Se considerarán aprobados aquellos que alcancen 4 puntos o más y desaprobados los de menos de 4 puntos.

La inasistencia a las Evaluaciones Parciales o Recuperaciones, se la considerará desaprobado.

#### 7.4. Evaluación Integradora

Al final del curso, y en los turnos habilitados al efecto, se evaluará a los alumnos que hayan obtenido la regularidad mediante un examen final oral integrador.

#### 7.5. Autoevaluación

Se llevará a cabo en dos oportunidades, antes del 2º y del 4º Evaluativo, a través de encuestas de respuestas cerradas y abiertas, elaboradas por los docentes de la cátedra y que los alumnos deberán responder (en forma nominal o anónima).

#### 7.6. Evaluación Sumativa

## 7.6.1. Condiciones para lograr la Promoción sin Examen Final de la Asignatura.

Podrán lograr la promoción de la asignatura sin examen final, aquellos alumnos que cumplan con:

- Las condiciones de admisión establecidas en la Resolución HCD Nº135/00, Artículo II, Inciso III.
- Asistencia a clases: Teórico-Prácticas y Prácticas: 80%.
- Aprobación de las cuatro Evaluaciones Parciales Teórico-Prácticas (en sus primeras instancias) con una calificación mínima de 7 (siete) puntos.
- Aprobación de una Trabajo Integrador, con un mínimo de 7 (siete) puntos (estilo monografía, coloquio, software, etc.) sobre temas dados por la cátedra.

#### 7.6.2. Condiciones para lograr la Regularidad de la Asignatura

Para obtener la condición de alumno regular el estudiante deberá:

• Aprobar por lo menos tres Evaluaciones Parciales en su primera instancia. Las Evaluaciones desaprobadas (una) se recuperan al finalizar el desarrollo de la asignatura. Estas recuperaciones se hacen sobre los temas desaprobados.

#### 7.7. Examen Final

Se hará por medio de un examen individual oral sobre aspectos teóricos y teóricoprácticos del programa analítico de la asignatura. Este examen se hará efectivo a los alumnos que posean la "condición de regular".

#### 7.8. Examen Libre

Este examen se lleva a cabo en dos etapas y en forma individual.

- Práctico: Evaluación escrita, consistente en ejercicios y problemas sobre los temas del Programa Analítico de la Asignatura.
- Teórico: Interrogatorio oral sobre los desarrollos teóricos y teórico-prácticos de temas del Programa Analítico de la Asignatura.

Para aprobar la Asignatura, el alumno deberá aprobar las dos instancias mencionadas anteriormente.