

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SANTIAGO DEL ESTERO**  
**FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGÍAS**  
**DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE MATEMÁTICA**

**PLANIFICACION DE LA ASIGNATURA:**

**ANÁLISIS MATEMÁTICO III (P.E. 2014)**

**CARRERA: PROFESORADO EN MATEMÁTICA**

**EQUIPO DOCENTE:**

**Lic. Lilia Susana CAÑETE**

**Lic. Grabiela L. ROBLES**

**Año 2018**

## 1. IDENTIFICACION

**1.1 – Nombre de la Asignatura:** Análisis Matemático III

**1.2 - Carrera:** Profesorado en Matemática (P.E 2014)

**1.3 –Ubicación de la asignatura**

**1.3.1 - Módulo – Año:** Tercer módulo – Segundo Año.

**1.3.2 – Correlativas Anteriores:** Álgebra II, Análisis Matemático II.

**1.3.3 – Correlativas Posteriores:** Análisis Matemático IV, Estadística

**1.4 - Objetivos establecidos en los Planes de Estudios para la Asignatura:**

- Lograr una adecuada comprensión de los conceptos de límite, continuidad y derivada, en espacios de dimensión  $n$ .
- Generalizar el cálculo diferencial de funciones reales de variable real para los casos donde el dominio o el recorrido es un conjunto de vectores.
- Estudiar las integrales dobles y triples.
- Efectuar cambios de variables para resolver situaciones determinadas.
- Comprender las integrales sobre líneas y sus aplicaciones.
- Introducir nuevos conceptos como gradiente, divergencia, rotor, etc. que le permitan abordar nuevos tipos de problemas.

**1.5 - Contenidos mínimos establecidos en los Planes de Estudios para la Asignatura:** Elementos de topología en  $\mathbb{R}^n$  . Funciones de varias variables. Límite. Continuidad y diferenciabilidad en  $\mathbb{R}^n$ . Teorema de la función implícita. Fórmula de Taylor en  $\mathbb{R}^n$  . Integración en  $\mathbb{R}^n$  . Sucesiones y Series en  $\mathbb{R}^n$  . Análisis Vectorial. Curvas rectificables. Curvatura y Torsión.

**1.6 - Carga horaria semanal y total:** 8 hs. / 120 hs.

**1.7 - Año académico:** 2.018

## 2. PRESENTACION

**2.1 Ubicación de la asignatura como tramo de conocimiento de una disciplina:**

La asignatura Análisis Matemático III está ubicada en la disciplina “ANÁLISIS MATEMATICO”, correspondiente a un tercer curso de la misma. Para su abordaje se supone que los estudiantes han visto el sistema de los números reales y están familiarizados con sus propiedades fundamentales y con los conceptos de límite, continuidad, derivada e integral de funciones reales de una variable real. Este curso ofrece al estudiante otra oportunidad para aumentar su comprensión y apreciación de las ideas fundamentales del Análisis. La Geometría y el Cálculo se extienden en dimensión con los vectores  $n$ -dimensionales. Mucho de este material debe ser ya familiar para el estudiante, pero aquí aparece en un contexto más general. Los contenidos de la Asignatura se distribuyen en cuatro Unidades a lo largo de las cuales se introducen aplicaciones detalladas de cada tema. Como conceptos previos se discuten el Álgebra de Vectores en el espacio  $n$ -dimensional y la Geometría del espacio  $n$ -dimensional con énfasis particular en el espacio de tres dimensiones. Generalizar el cálculo

diferencial de funciones reales de variable real para los casos donde el dominio o el recorrido es un conjunto de vectores.

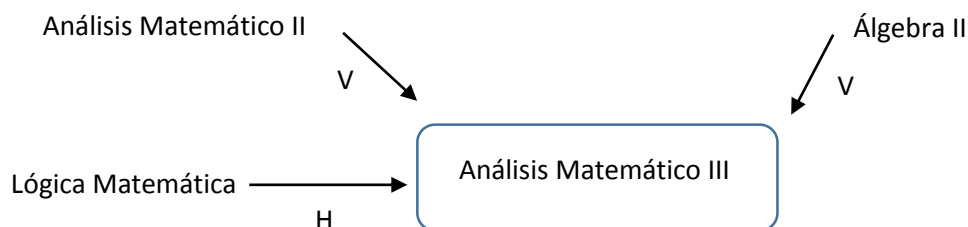
En la Unidad I se estudian las funciones vectoriales de una variable real y su uso en el análisis de curvas alabeadas llegando a la presentación del triedro fundamental.

La función real de dos variables independientes, cuya representación gráfica es una superficie, se presenta en la Unidad II. Se analizan las formas y propiedades de las cónicas como introducción al estudio de las secciones planas de las superficies cuádricas. También se presentan otras superficies de uso frecuente en las aplicaciones a la Física. Se consideran también las derivadas de campos escalares, comenzando con la variación del campo escalar según una dirección e introduciendo el vector gradiente, que aparece como la generalización natural, de la derivada de funciones de una variable. El concepto de diferencial como transformación lineal es útil para poner énfasis en la aproximación lineal a una función no lineal y definir el plano tangente a una superficie. Así mismo, se presentan en esta unidad los Teoremas sobre funciones implícitas y el uso de los determinantes jacobianos. Se extienden las fórmulas de Taylor y de Mc Laurin a funciones de  $n$ -variables. La Unidad III se refiere a integrales múltiples. Se comienza por las integrales dobles, se sigue con las integrales triples y se da un breve tratamiento de la integral de una función real de  $n$ -variables reales. Numerosos ejemplos de aplicaciones físicas y geométricas, utilizando incluso cambio de variables, complementan la presentación del tema.

La teoría de la derivación de campos vectoriales figura en la Unidad IV; esta teoría se basa en el cálculo, uso y aplicaciones de la matriz jacobiana, representación matricial de la transformación lineal. En relación a la matriz jacobiana, se definen la divergencia y el rotor de un campo vectorial, considerando sus propiedades esenciales como operadores vectoriales. Se presentan las integrales curvilíneas. El estudio de sus propiedades y del teorema de Green las convierten en una herramienta útil para la resolución de numerosos problemas en los que se investiga el comportamiento de un campo escalar o vectorial a lo largo de una curva.

## 2.2 Conocimientos y habilidades previas que permiten encarar el aprendizaje de la Asignatura.

Los contenidos que se abordan en esta asignatura se coordinan verticalmente (V) u horizontalmente (H) con los de otros espacios curriculares:



### **3. OBJETIVOS**

#### **3.1 Objetivos Generales:**

Que el alumno logre:

- Conocer los contenidos incluidos en el programa.
- Afianzar los conocimientos adquiridos.
- Estimular su creatividad y desarrollar su poder de crítica, análisis y síntesis.
- Adquirir destrezas y hábitos en el empleo de los elementos y conocimientos que provea la asignatura.
- Tratar y resolver situaciones y problemas que presentan las ciencias y las técnicas.

#### **3.2 Objetivos Específicos:**

Capacitar al alumno para:

- Generalizar el cálculo diferencial de funciones reales de variable real para los casos donde el dominio o el recorrido es un conjunto de vectores.
- Adquirir una mejor comprensión de los conceptos de límite, continuidad y derivada, que aparecen como generalizaciones a espacios de más alta dimensión.
- Encontrar las ecuaciones de los vectores principales y la de los planos osculador, normal y rectificante.
- Representar curvas y superficies en el espacio.
- Analizar el Teorema del Valor Medio.
- Interpretar el Teorema de Taylor y sus aplicaciones.
- Extender el cálculo integral de funciones reales de una variable real a funciones reales de un vector.
- Estudiar las integrales dobles y las integrales triples.
- Efectuar cambios de variables para las integrales dobles y triples.
- Comprender analítica y gráficamente el concepto de integral para funciones vectoriales de variables reales.
- Calcular la integral de línea como integral simple.
- Relacionar la integral curvilínea con la integral doble.
- Establecer relaciones entre campos escalares y vectoriales.
- Aplicar propiedades del gradiente, la divergencia y el rotor.

### **4. SELECCIÓN Y ORGANIZACIÓN DE CONTENIDOS**

#### **4.1. Programa Sintético sobre la base de los Contenidos Mínimos**

##### **UNIDAD I:**

Función Vectorial de Variable Real. Álgebra de funciones. Límite. Continuidad. Derivada. Diferencial. Curvas. Longitud de Curva. Versores fundamentales.

##### **UNIDAD II:**

Función Real de Variable Vectorial. Álgebra de funciones. Límite. Continuidad. Derivada. Diferencial. Función Compuesta. Función Implícita. Extremos.

### UNIDAD III:

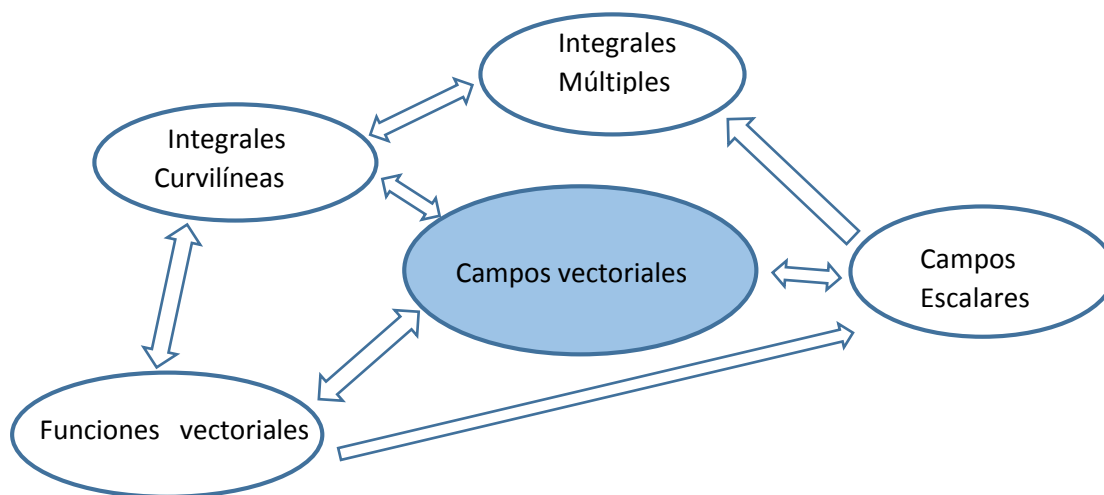
Integral doble. Concepto. Cálculo. Propiedades. Aplicaciones. Cambio de variables. Integral triple. Concepto. Cálculo. Propiedades. Aplicaciones. Cambio de variables.

### UNIDAD IV:

Función Vectorial de Variable Vectorial. Álgebra. Límite. Continuidad. Derivada. Diferencial. Integral curvilínea. Concepto. Propiedades. Aplicaciones. Función potencial. Relación entre campos escalares y vectoriales. Aplicaciones.

## 4.2. Articulación temática de la Asignatura Mapa conceptual de la Asignatura

Mapa conceptual de la asignatura



## 4.3 Programa Analítico

### UNIDAD I: FUNCIONES VECTORIALES DE UNA VARIABLE REAL

Concepto de funciones vectoriales de una variable real. Álgebra de funciones vectoriales. Límite de una función vectorial. Continuidad. Curvas. Derivada de una función vectorial. Teorema sobre derivada. Álgebra de derivadas. Diferencial. Curvas rectificables. Versores principales: versor tangente, versor normal y versor binormal. Ecuaciones de los planos: osculador, normal y rectificante. Curvatura y torsión. Aplicaciones.

### UNIDAD II: FUNCIONES REALES DE UN VECTOR O CAMPO ESCALAR

Concepto de funciones reales de variable vectorial. Representaciones geométricas. Conjunto de nivel. Límites. Continuidad. Funciones diferenciables Propiedades. Teorema del Valor Medio del Cálculo diferencial. Derivadas direccionales. Derivadas parciales. Interpretación geométrica de las derivadas. Propiedades. Diferencial total. Funciones compuestas. Derivación

y diferenciación. Plano tangente a una superficie y recta normal. Interpretación geométrica de la diferencial en  $\mathbb{R}^3$ . Derivadas parciales sucesivas. Inversión del orden de la derivación. Teorema de Taylor. Funciones homogéneas. Teorema de Euler. Funciones implícitas. Teorema de existencia y derivabilidad para una función definida en forma implícitas. Extremos relativos de una función real de variable vectorial, análisis. El Hessiano. Condiciones necesarias y suficientes para la existencia de extremos de campos escalares cuando su dominio está contenido en  $\mathbb{R}^2$ .

### **UNIDAD III: INTEGRALES MÚLTIPLES**

#### **INTEGRAL DOBLE DE UNA FUNCIÓN ACOTADA**

Concepto. Integribilidad de funciones continuas. Propiedades. Teorema del Valor Medio del Cálculo Integral, casos particulares. Integrales simples de funciones de dos variables o integrales paramétricas o funcionales. Cálculo de área y volumen de un sólido limitado por dos superficies. Teorema de cambio de variables. Integrales dobles en coordenadas polares. Aplicaciones.

#### **INTEGRAL TRIPLE DE UNA FUNCIÓN ACOTADA**

Concepto. Propiedades. Integral triple de una función continua. Integral iterada. Cálculo de volumen. Teorema de cambio de variables. Integrales Triples en coordenadas esféricas y cilíndricas. Aplicaciones.

### **UNIDAD IV: FUNCIONES VECTORIALES DE UN VECTOR O CAMPOS VECTORIALES**

Concepto de función vectorial de un vector. Límite. Continuidad. Diferencial y derivada de un campo vectorial. Sistema de funciones implícitas. Teorema de existencia y derivabilidad para un sistema de funciones implícitas. Integral curvilínea: concepto, propiedades. Integral sobre una curva plana. Condición necesaria y suficiente para que la integral curvilínea sea independiente del camino de integración. Condición de simetría. Función potencial. Teorema de Green, aplicaciones. Cálculo de área de regiones planas. Relación entre campos vectoriales y escalares. Gradiente de un campo escalar. Divergencia de un campo vectorial. Rotacional de un campo vectorial. El Laplaciano de un campo escalar y de un campo vectorial. Aplicaciones.

#### **4.4. Programa y Cronograma de trabajos prácticos**

##### **PROGRAMA DE TRABAJOS PRÁCTICOS**

**Trabajo Práctico N°1:** Funciones Vectoriales. Límite. Continuidad. Diferenciación. Propiedades. Curvas. Longitud de Arco de Curva. Triedro de Frenet. Aplicaciones a la Física.

**Trabajo Práctico N°2:** Funciones Reales de un Vector. Límite. Continuidad. Diferenciación. Propiedades. Derivada Direccional. Derivadas Parciales. Función Compuesta. Plano Tangente. Derivadas Sucesivas. Teorema de Taylor y Mc. Laurin. Función implícita. Extremos.

**Trabajo Práctico N°3:** Integrales Múltiples. Integrales Dobles. Cálculo. Área. Volumen. Cambio de Variables. Aplicaciones a la Física. Integrales Triples. Cálculo. Volumen. Cambio de Variables. Aplicaciones a la Física.

**Trabajo Práctico N°4:** Función Vectorial de un Vector. Límite. Continuidad. Diferenciación. Derivada. Integral Curvilínea. Teorema de Green. Área. Independencia de la Trayectoria. Condición de simetría. Función Potencial. Relaciones entre campos escalares y campos vectoriales.

#### **CRONOGRAMA DE TRABAJOS PRÁCTICOS**

<b>T. P.</b>	<b>Semanas</b>			
T. P. N° 1	27/03 al 10/04			
T. P. N° 2		17/04 al 15/05		
T. P. N° 3			22/05 al 29/05	
T. P. N° 4				05/06 al 19/06

### **5. BIBLIOGRAFÍA**

#### **5.1. Bibliografía General**

- Apóstol, T. N. Análisis Matemático. Editorial Reverté S. A.
- Leithold, Louis Cálculo con Geometría Analítica Editorial Harla- México.
- Stewart, James Cálculo Multivariable (IV Edición) Editorial Thomson – Learning, Mexico.
- Pita Ruiz, C. Cálculo Vectorial (Primera Edición). Editorial Prentice Hall Hispanoamericana S.A.
- Rey Pastor, J.-Calleja, P.-Trejo, C.A. Análisis Matemático (tomo II) . Editorial Kapeluz

#### **5.2. Bibliografía Específica**

- Haaser, N.B. - La Salle, J.P. y Sullivan. J.A. Análisis Matemático – Curso intermedio (Volumen II) . Editorial Trillas.
- Rabuffetti, Hebe T. Introducción al Análisis Matemático (Cálculo 2). Editorial el Ateneo.
- Larson, R.E- Hostetler, R.P.- Edwards, B.H. Cálculo y Geometría Analítica (Volumen 2) Editorial McGraw- Hill.
- Courant, R. – John, F.. Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático (Volumen 2). Editorial Limusa.
- Aportes personales del equipo docente.

### **6. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS**

#### **6.1. Aspectos Pedagógicos y Didácticos**

El proceso de enseñanza-aprendizaje se llevará a cabo mediante clases teórico-prácticas y prácticas con la intención de desarrollar las competencias marcadas en los objetivos específicos. Se combinan técnicas individuales y grupales, con utilización de software

específicos y participación de alumnos y docentes en el Aula Virtual; clases expositivas orientadoras y en algunas unidades se trabaja con la metodología de Aula – Taller. Se dispone de 8 (ocho) horas reloj semanales de las cuales 3 (tres) se destinan a práctica.

### 6.2. Actividades de los Alumnos y de los Docentes

Cada clase es asistida por un docente. Las temáticas que se desarrollan son las que figuran en la programación analítica. Se busca siempre el diálogo entre alumno – docente y alumno-alumno tanto en clase presencial como a través del aula virtual. Se prevé en la asignatura Clases de Apoyo que son atendidas por los Ayudantes Estudiantiles bajo el control de los profesores. En las mismas, que no son obligatorias, se refuerza la práctica.

### 6.3. Cuadro Sintético

Clase	Carga horaria	Asistencia exigida (%)	Nº de alumnos estimado	A cargo de	Técnicas más usadas	Énfasis en	Actividad de los alumnos
<b>Teórico-Práctica</b>	5 horas (un día 2 hs. y un día 3 hs.)	80% (para promoción)	35	Prof.Asoc. Prof.Adj.  Prof.Asoc. Prof.Adj. Ayud.Estud.	Expositiva Dialogada  Aula - Taller	El desarrollo de competencias para que el alumno conozca, comprenda y utilice las formas de pensamiento lógico en los conceptos de la asignatura	Anotan, preguntan, aportan ideas, realizan búsqueda bibliográfica, trabajan en grupos pequeños
<b>Práctica</b>	3 horas	80 %	35	Prof.Adj.	Técnicas de trabajo en grupos para la resolución de los Trabajos Prácticos; Foros de discusión y Búsqueda bibliográfica utilizando el aula virtual.	El desarrollo de competencias para que el alumno elabore estrategias personales para el análisis y la resolución de situaciones concretas	Resuelven guías de trabajos prácticos y realizan actividades previstas en el aula virtual. Usan software GeoGebra
<b>Consultas</b>	3 horas (por grupo)	_____	10 (por grupo)	Docentes de la cátedra y Ayud. Estudiantiles	Individualizada o grupal	_____	Preguntan, resuelven ejercicios y fijan conceptos.



#### **6.4. Recursos Didácticos**

Los recursos más usados en el desarrollo de las actividades de la asignatura Análisis Matemático III son:

- Libros
- Aportes personales de la cátedra
- Guías de Trabajos Prácticos
- Pizarrón
- computadora
- Proyecto
- Programas informáticos (Software)
- Aula virtual

Se prioriza el manejo de los libros y el mapa conceptual de la asignatura, puesto que ellos ayudan a los alumnos a comprender la relación entre los temas. También se emplea la exposición oral y grupal de los alumnos sobre determinados temas de búsqueda bibliográfica. El Aula-Taller se usa para el desarrollo de determinadas unidades temáticas.

### **7. EVALUACIÓN**

#### **7.1. Evaluación Diagnóstica**

Al comienzo del curso se efectuará una evaluación diagnóstica a fin de obtener información acerca de los conocimientos que los alumnos poseen sobre conceptos de Álgebra, Geometría Analítica, Análisis Matemático (en una variable). A continuación se presentará un Mapa Conceptual que justifica el desarrollo de los contenidos de la asignatura Análisis Matemático III.

#### **7.2. Evaluación Formativa**

Se llevará a cabo mediante tareas grupales presenciales en las clases, utilizando las cuestiones planteadas en los Trabajos Prácticos y a través del Aula Virtual, que luego se expondrán ante los compañeros.

#### **7.3. Evaluación Parcial**

Se prevén cuatro evaluativos parciales, uno por cada unidad. Los mismos son teórico-prácticos.

##### **7.3.1. Programa y Cronograma de Evaluaciones parciales**

- Unidad I - Evaluativo N°1 - Segunda semana de Abril
- Unidad II - Evaluativo N°2 - primera semana de Mayo
- Unidad III - Evaluativo N°3 - Primera semana de Junio
- Unidad IV - Evaluativo N°4 - Cuarta semana de Junio

### **7.3.2. Criterios de Evaluación**

Los contenidos que se tendrán presentes para evaluar el proceso de apropiación de saberes son:

#### **Contenidos Conceptuales:**

- Comprensión y aplicación de conceptos con rigor científico.
- Manejo del lenguaje lógico-formal de la Matemática
- Identificación de teoremas, propiedades y relaciones de las funciones estudiadas.

#### **Contenidos Procedimentales:**

- Análisis, interpretación y modelación matemática de problemas.
- Estrategias y procesos de razonamiento.
- Representación gráfica en tres dimensiones a través de diagramas y tablas.

#### **Contenidos Actitudinales:**

- Dedicación puesta de manifiesto en clase.
- Participación en el grupo.
- Respeto por los integrantes del grupo.

### **7.3.3. Escala de Valoración**

Los evaluativos parciales y los recuperatorios serán desarrollados por los estudiantes en forma individual y calificados con “escala de 0 a 10 puntos”, por docentes de la cátedra. Se considerarán aprobados aquellos que alcancen 4 puntos o más y desaprobados los menores a 4 puntos. La inasistencia a las Evaluaciones Parciales o Recuperaciones, se la considerará desaprobado.

## **7.4. Evaluación Integradora**

Al final del curso, y en los turnos habilitados al efecto, se evaluará a los alumnos que hayan obtenido la regularidad mediante un examen final oral integrador.

## **7.5. Autoevaluación**

Se llevará a cabo a través del aula virtual mediante cuestionarios elaboradas por los docentes de la cátedra, antes de cada parcial.

## **7.6. Evaluación Sumativa**

### **7.6.1. Condiciones para lograr la Promoción sin Examen Final de la Asignatura.**

Podrán lograr la promoción de la asignatura sin examen final, aquellos alumnos que cumplan con:

- Las condiciones de admisión establecidas en la Resolución HCD N°135/00, Artículo II, Inciso III.
- Asistencia a clases: Teórico-Prácticas y Prácticas: 80%.
- Aprobación de las cuatro Evaluaciones Parciales Teórico-Prácticas (en sus primeras instancias) con una calificación mínima de 7 (siete) puntos.

#### **7.6.2. Condiciones para lograr la Regularidad de la Asignatura**

Para obtener la condición de alumno regular el estudiante deberá:

- Aprobar por lo menos dos Evaluaciones Parciales en su primera instancia. Las Evaluaciones desaprobadas (una o dos) se recuperan al finalizar el desarrollo de la asignatura. Estas recuperaciones se hacen sobre los temas desaprobados.
- Asistencia a clases prácticas: 80%

#### **7.7. Examen Final**

Se hará por medio de un examen individual oral sobre aspectos teóricos del programa analítico de la asignatura. Este examen se hará efectivo a los alumnos que posean la "condición de regular".

#### **7.8. Examen Libre**

Este examen se lleva a cabo en dos etapas y en forma individual.

- **Práctico:** Evaluación escrita, consistente en ejercicios y problemas sobre los temas del Programa Analítico de la Asignatura.
- **Teórico:** Interrogatorio oral sobre los desarrollos teóricos de temas del Programa Analítico de la Asignatura.

Para aprobar la Asignatura, el alumno deberá aprobar las dos instancias mencionadas