

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SANTIAGO DEL ESTERO  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGICAS  
DEPARTAMENTO MATEMATICA**

**PROGRAMA DE ESTUDIOS DE**

**GEOMETRIA DIFERENCIAL**

**CARRERAS: LICENCIATURA EN MATEMATICA**

**PROFESOR RESPONSABLE: Lic. Lilia Susana CAÑETE**

## 1. IDENTIFICACION

**1.1-Asignatura:** Geometría Diferencial

**1.2-Carrera:**

Licenciatura en Matemática  
Profesorado en Matemática

**1.3-**

**1.3.1-Módulo – Año:** Cuarto módulo – Segundo Año

**1.3.2-Correlativas Anteriores:** Geometría Analítica  
Análisis Matemático II

**1.4-Objetivos establecidos en los Planes de Estudio para la Asignatura:.**

- Lograr una adecuada comprensión de los conceptos de curva, superficie.
- Aplicar el cálculo diferencial de funciones vectoriales de variable vectorial .
- Efectuar cambios de variables para resolver situaciones determinadas.
- Comprender los conceptos de curvatura, torsión, plano tangente, transporte paralelo, derivada covariante, geodésicas, variedades y formas diferenciales y sus aplicaciones.

**1.5-Contenidos mínimos establecidos por el Plan de Estudios para la Asignatura:**

Superficies regulares. Espacios Tangentes. Aplicación de Gauss. Transporte paralelo.  
Geodésicas. Variedades diferenciables en  $R^n$ . Formas Diferenciales

**1.6- Carga horaria semanal y total:** 8 hs. / 120 hs.

## 2.-PRESENTACION

**2.1-**La asignatura Geometría Diferencial se encuentra ubicada en el segundo modulo de segundo año de las carreras de Lic. y Prof. en Matemática. Los alumnos al iniciar este segundo modulo cuentan con la madurez mental y conocimientos matemáticos suficientes para comprender los contenidos y resolver las situaciones problemáticas que se le presentan en esta asignatura.

**2.2-**El alumno debe tener conocimientos previos de Calculo Diferencial, Geometría Analítica y Algebra Lineal que le permitan el aprendizaje de la asignatura

### 3.-OBJETIVOS

#### 3.1-Objetivos Generales:

Que el alumno logre:

- ⊗ Conocer los contenidos incluidos en el programa.
- ⊗ Afianzar los conocimientos adquiridos.
- ⊗ Estimular su creatividad y desarrollar su poder de crítica, análisis y síntesis.
- ⊗ Adquirir destrezas y hábitos en el empleo de los elementos y conocimientos que provea la asignatura.
- ⊗ Tratar y resolver situaciones y problemas que presentan las ciencias y las técnicas

#### 3.2-Objetivos Específicos:

Capacitar al alumno para:

- ⊗ Estudiar los conceptos fundamentales de la geometría diferencial de curvas y superficies en el espacio Euclidiano de tres dimensiones y la aplicación de estos conceptos a algunos ejemplos y resolución de problemas.
- ⊗ Representar curvas y superficies en el espacio.
- ⊗ Encontrar las ecuaciones de los vectores principales, las ecuaciones de los planos osculador, normal y rectificante.
- ⊗ Conseguir una mejor comprensión de los conceptos de curvas y superficies.
- ⊗ Aplicar y analizar los conceptos de curvatura y torsión. Curvaturas principales, curvatura de Gauss
- ⊗ Aplicar el cálculo diferencial e integral de funciones vectoriales de variable vectorial.
- ⊗ Comprender y aplicar la topología elemental en espacios Euclidianos.
- ⊗ Estudiar la teoría de la geometría no intrínseca de una superficie.
- ⊗ Estudiar orientación de superficies.
- ⊗ Aplicar la primera y segunda forma fundamental
- ⊗ Estudiar el Teorema de Gauss y las ecuaciones de Codazzi
- ⊗ Analizar el Teorema de Gauss-Bonnet.
- ⊗ Estudiar la teoría básica de la geometría intrínseca de superficies en tres dimensiones
- ⊗ Estudiar aplicación entre variedades diferenciales
- ⊗ Entender los métodos tensoriales y tópicos seleccionados en la geometría global de superficies.

## **4.-SELECCIÓN Y ORGANIZACIÓN DE CONTENIDOS**

### **4.1.Programa Sintético**

#### **UNIDAD I : CURVAS en $\mathbb{R}^3$**

Nociones preliminares. Curvas parametrizadas regulares. Longitud de arco. Teoría local de curvas parametrizadas .Algunos resultados globales.

#### **UNIDAD II : SUPERFICIES**

Nociones preliminares. Mapeo. Difeomorfismo Superficies Regulares. Plano Tangente. . Mapeos de superficies. Primera forma fundamental.

Orientación de superficies. Aplicación de Gauss. Derivada covariante. Segunda forma fundamental. Teoremas fundamentales de la teoría de superficies.

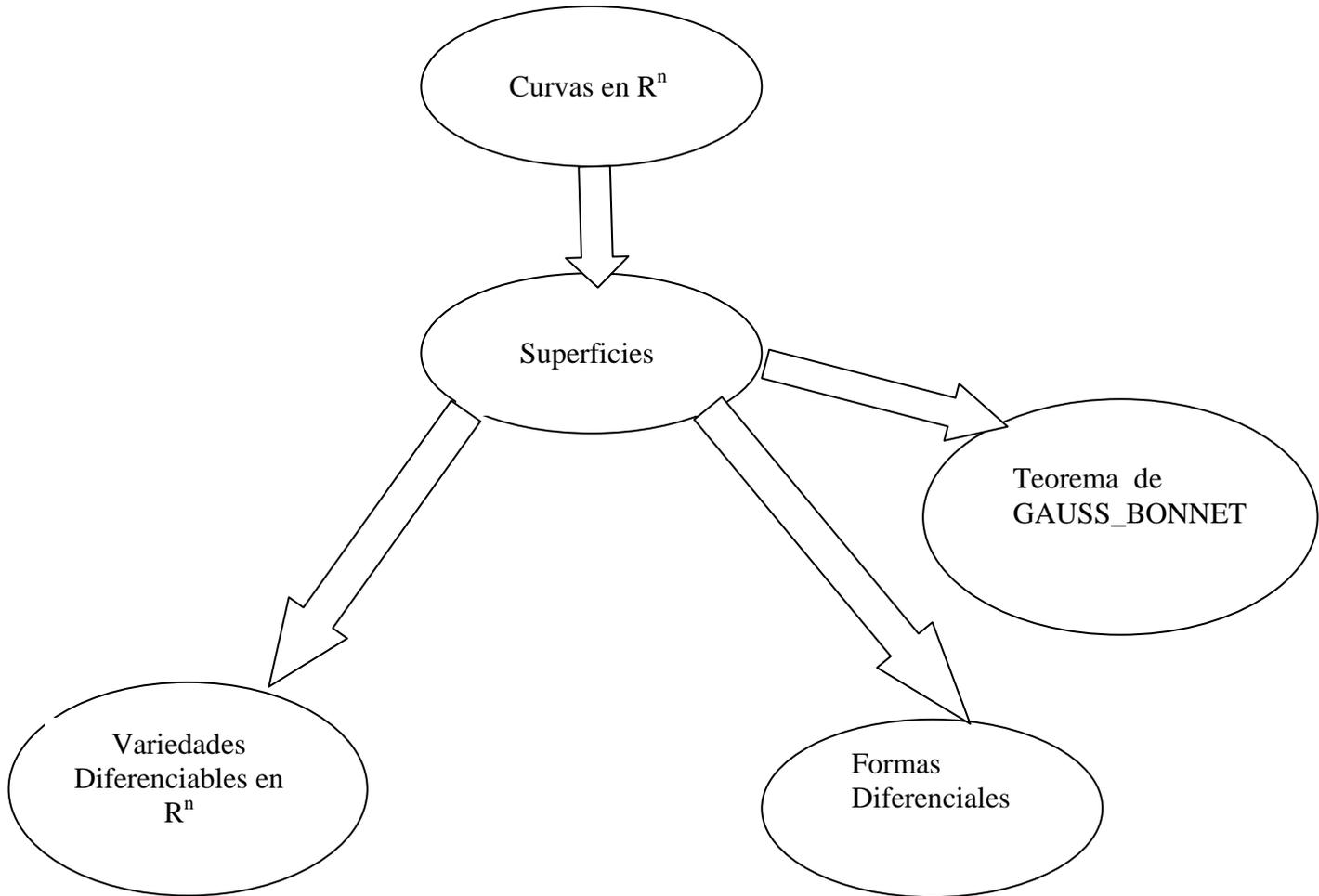
#### **UNIDAD III :TEOREMA DE GAUSS BONNET**

Geodésicas. Formula y Teorema de Gauss - Bonnet.

#### **UNIDAD IV :VARIETADES y FORMAS DIFERENCIABLES**

Definición. Aplicaciones entre variedades diferenciables. Espacio Vectorial tangencial de una función. Formas Diferenciales.Formas Diferenciales en una Superficie

## 4.2. Mapa conceptual de la Asignatura



### **4.3. Programa Analítico**

#### **UNIDAD I: CURVAS**

Curvas en  $\mathbb{R}^2$ . Espacio Euclideo. Curvas en  $\mathbb{R}^n$ . Curvas Parametrizadas Regulares. Longitud de curvas. Campos de vectores. Curvatura. Curvas en coordenadas polares. Evolutas. Evolventes. Circunferencia osculatriz. Movimientos euclideos. Ecuaciones intrínsecas. Curvas en  $\mathbb{R}^3$ . Curvatura y Torsión. Formulas de Frenet. Teorema Fundamental.

#### **UNIDAD II: SUPERFICIES**

Calculo en Espacios Euclideos. Vectores tangentes. Espacio Tangente. Difeomorfismo. Superficies Parametrizadas. Superficies Regulares. Mapeos de Superficies. Aplicación Local de Gauss. Orientación de Superficies. Banda de Möbius. 1° y 2° forma fundamental. Longitud de arco. Area de una superficie. Derivada covariante. Curvatura Normal. Curvaturas Principales. Curvatura Gaussiana y Media. Líneas de curvatura y asintóticas. 3° forma fundamental Ecuaciones de Gauss-Weingarten. Teorema Egregium de Gauss. Símbolos de Christoffel. Ecuaciones de Mainardi Codazzi. Teorema Fundamental de la teoría de superficies.

#### **UNIDAD III: TEOREMA DE GAUSS BONETT**

Geodésicas. Parametrización de Clairut. Curvatura Geodésica. Superficie de curvatura constante. Característica de Euler-Poincare. Formula de Gauss-Bonett. Teorema de Gauss-Bonett.

#### **UNIDAD IV: VARIEDADES Y FORMAS DIFERENCIALES**

Definición. Ejemplos. Aplicación entre variedades. Espacio Tangente. Fibrado Tangente. Espacio Tangente Dual. Definición de Formas Diferenciales Ejemplos. Producto Exterior. Propiedades

#### 4.4. Programa de trabajos prácticos

**Trabajo Práctico N°1:** Curvas en  $\mathbb{R}^2$ . Espacio Euclideo. Curvas en  $\mathbb{R}^n$ . Curvas Parametrizadas Regulares. Longitud de curvas. Campos de vectores. Curvatura. Curvas en coordenadas polares. Evolutas. Evolventes. Circunferencia osculatriz. Movimientos euclideos. Ecuaciones intrínsecas. Curvas en  $\mathbb{R}^3$ . Curvatura y Torsión. Formulas de Frenet. Teorema Fundamental.

**Trabajo Práctico N°2:** Calculo en Espacios Euclideos. Vectores tangentes. Espacio Tangente. Difeomorfismo. Mapeos. Superficies Regulares. Plano Tangente. Mapeos de Superficies. Aplicación Local de Gauss. Orientación de Superficies. Banda de Möbius. 1° y 2° forma fundamental. Longitud de arco. Area de una superficie. Derivada covariante. Curvatura Normal. Curvaturas Principales. Curvatura Gaussiana y Media. Líneas de curvatura y asintoticas. Ecuaciones de Gauss-Weingarten. Teorema de Gauss y Ecuaciones de Codazzi. Teorema Fundamental de la teoría de superficies.

**Trabajo Práctico N°3:** Geodésicas. Parametrizacion de Clairut. Curvatura Geodésica Superficie de curvatura constante. Característica de Euler-Poincare. Formula de Gauss-Bonett. Teorema de Gauss-Bonett. Variedades Diferenciables Definición. Ejemplos. Aplicación entre variedades. Espacio Tangente. Fibrado Tangente. Espacio Tangente Dual. Subvariedades. Topología. Formas Diferenciales .Definición. Ejemplos. Producto Exterior. Propiedades. Diferencial Exterior

## 5. BIBLIOGRAFÍA

### 5.1- Bibliografía General

-  STRUIK Dirk, Geometría Diferencial Clásica, 1955  
Editorial Aguilar, Madrid.
-  EISENHART L.P., Geometría Diferencial, 1940, Editorial Ginn&Co,  
Boston.
-  REY PASTOR J., CALLEJA P. y TREJO C.A., Análisis Matemático (Tomo III),  
1959, Editorial Kapeluz

### 5.2- Bibliografía Específica

-  O'NEILL Barret, Elementos de Geometría Diferencial,  
Editorial Limusa.
-  L. CORDERO, M. FERNANDEZ, A. GRAY, Geometría Diferencial de Curvas  
y Superficies con Matemática, 1995, Editorial Addison-Wesley Iberoamericana  
Estados Unidos.
-  PERDIGAO DO CARMO Manfredo, Geometría Riemanniana, 1996,  
I.M.P.A, Río de Janeiro, Brasil.
-  PERDIGAO DO CARMO Manfredo, Curvas y Superficies Diferenciables, 1976,  
Editorial Prentice Hall, New Jersey. Estados Unidos.
-  PERDIGAO DO CARMO Manfredo, Differential Forms and Applications, 1991,  
Editorial Springer- Verlag, Alemania
-  LIPSCHUTZ M., Geometría Diferencial, Editorial Mc. Graw Hill.

## 6. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

### 6.1-Aspectos Pedagógicos y Didácticos

La estrategia metodológica que se adopta en la asignatura, para llevar adelante el proceso de enseñanza-aprendizaje, es el de desarrollar clases teórico-prácticas.

Combinar técnicas individuales y grupales, clases expositivas orientadoras y en algunas unidades se trabaja con la metodología de Aula –Taller.

Se dispone de 8 (ocho) horas reloj semanales

### 6.2. Actividades de los alumnos y de los docentes

Cada clase es asistida por una docente. Las temáticas que se desarrollan son las que figuran en la programación analítica. Se busca siempre el diálogo con los alumnos.

Se prevé en la asignatura Clases de Apoyo para fortalecer la práctica.

### 6.3. Cuadro Sintético

| Clases              | Carga Horaria                                   | Asistencia | Nº de alumnos estimado | A cargo de         | Técnicas más usadas                        | Énfasis | Actividades de los alumnos  |
|---------------------|---|------------|------------------------|--------------------|--|---------|---|
| Teórico<br>Práctica | 8 horas   | 80%        | 20                     | Prof.<br>Asociado. | Expositiva<br>Dialogada<br><br>Aula-Taller | x       | Anotan,<br>preguntan,<br>aportan<br>ideas.<br>Búsqueda<br>bibliográfica<br>Resuelven<br>guías de<br>trabajos<br>prácticos<br>con ayuda<br>de<br>equipamiento<br>o didáctico.<br>Resuelven<br>temas<br>específicos |
| Consul-<br>Tas      | Dos días de<br>la semana<br>(3 hs. cada<br>dia) |            |                        | Prof.<br>Asociado  | Individuali-<br>zada o<br>grupal           |         | Preguntan,<br>resuelven<br>ejercicios,<br>fijan<br>conceptos.   |

## **6.4 Recursos Didácticos**

Los recursos más usados en el desarrollo de las actividades de la asignatura Geometría Diferencial son:

- Libros
- Aportes personales de la cátedra
- Guías de Trabajos Prácticos
- Pizarrón

Se prioriza el manejo de los libros puesto que ellos ayudan a los alumnos a comprender la relación entre los temas.

También se emplea la exposición oral y grupal de los alumnos sobre determinados temas de búsqueda bibliográfica.

El Aula-Taller se usa para el desarrollo de determinadas unidades temáticas.

## **7.- EVALUACIÓN**

### **7.1- Evaluación Formativa**

Se llevará a cabo mediante tareas grupales que luego son puestas a consideración de todos los compañeros. Estas actividades son teórico-prácticas .

### **7.2- Evaluación Parcial**

Se han previsto tres evaluativos parciales. Los mismos son teórico-prácticos.

#### **7.2.1- Programa de Evaluación**

- Evaluativo N°1 – Unidad I y II
- Evaluativo N°2 – Unidad III y IV

#### **7.2.2- Cronograma Evaluaciones parciales**

- Evaluativo N°1 – Última semana de Septiembre
- Evaluativo N°2 – Segunda semana de Noviembre

### 7.2.3-Criterios de Evaluación

Los contenidos que se tendrán presentes para evaluar el proceso de apropiación de saberes son:

Contenidos Conceptuales:

- Comprensión y aplicación de conceptos con rigor científico.
- Manejo del lenguaje lógico-formal de la Matemática
- Identificación de teoremas, propiedades y relaciones de curvas y superficies

Contenidos Procedimentales:

- Análisis, interpretación y modelación matemática de problemas.
- Estrategias y procesos de razonamiento.

Contenidos Actitudinales:

- Aportes personales.
- Dedicación puesta de manifiesto en clase.
- Participación en el grupo.
- Respeto por los integrantes del grupo.

### 7.2.4-Escala de Evaluación

Los evaluativos parciales y los recuperatorios serán desarrollados por los estudiantes en forma individual y calificados con “escala de 0 a 10 puntos”, por el profesor de la cátedra. Se considerarán aprobados aquellos que alcancen 5 puntos.

La inasistencia a las Evaluaciones parciales o Recuperaciones, se le considerará desaprobado.

## 7.3-Evaluación Sumativa

### 7.5.1. Condiciones para lograr la regularidad de la asignatura

Para obtener la condición de alumno regular el estudiante deberá:

- Aprobar por lo menos dos Evaluaciones Parciales en su primera instancia. La Evaluación desaprobada (**una**) se recupera al finalizar el desarrollo de la asignatura. Esta recuperación se hacen sobre los temas desaprobados.

## 7.6. Examen Final

Se hará por medio de un examen individual escrito sobre aspectos teóricos del programa analítico de la asignatura. Este examen se hará efectivo a los alumnos que posean la “condición de regular”.

## **7.7. Examen Libre**

Este examen se lleva a cabo en dos etapas y en forma individual.

- Práctico: Evaluación escrita, consistente en ejercicios y problemas sobre los temas del Programa Analítico de la Asignatura.
- Teórico: Interrogatorio oral sobre los desarrollos teóricos de temas del Programa Analítico de la Asignatura.

Para aprobar la Asignatura, el alumno deberá aprobar las dos instancias mencionadas anteriormente.

-----  
**Lic. Lilia S. CAÑETE de LUACES**  
**Profesor Responsable**