

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SANTIAGO DEL ESTERO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGÍAS**

INGRESO 2017

CUADERNILLO DE TEMAS

FISICA

ING. MYRIAM MARCELA LEDESMA

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE SANTIAGO DEL ESTERO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGÍAS**

INGRESO 2017

CUADERNILLO DE TEMAS

FISICA

ING. MYRIAM MARCELA LEDESMA

FISICA

CURSO DE INGRESO 2017

Unidad I: MAGNITUDES FISICAS

Objetivos de la Física. Definiciones operacionales. Magnitudes físicas. Magnitudes fundamentales y derivadas. Sistemas de unidades. Sistema Internacional. SIMELA. Múltiplos y submúltiplos. Prefijos. Notación Científica. Operaciones utilizando notación científica. Conversión de unidades. Factor de Conversión. Ejercicios.

Unidad II: MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES

Magnitudes escalares y vectoriales. Magnitudes vectoriales. Escalas de medidas. Operaciones con vectores. Suma y resta de vectores. Producto de un escalar por un vector. Métodos gráficos: Método de la poligonal y del Paralelogramo. Ejercicios. Método analítico. Ejercicios y problemas.

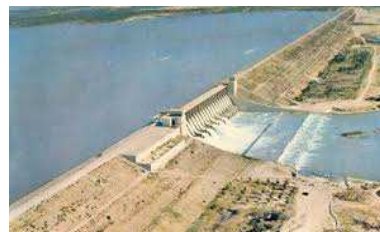
Unidad III: CINEMÁTICA

Concepto de partícula. Sistemas de referencia. Posición y desplazamiento. Trayectoria. Camino recorrido. Velocidad media. Velocidad promedio. Velocidad instantánea. Aceleración media e instantánea. Movimientos en una dimensión: Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU) y Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV). Características. Ecuaciones. Representaciones gráficas. Ejercicios. Resolución de Problemas.

LA FÍSICA

SUS OBJETIVOS

El estudio de la física es importante porque es una de las ciencias más fundamentales y es la base de toda la ingeniería y la tecnología. Los científicos de todas las disciplinas utilizan las ideas de la física pues sus conceptos son el cimiento sobre el cual ellas se apoyan. Como otras ciencias experimentales, la Física se sostiene sobre observaciones y mediciones cuantitativas.



Los objetivos principales de la Física son identificar un número de leyes fundamentales que gobiernan los fenómenos naturales y usarlas para formular teorías capaces de anticipar los resultados experimentales. Las leyes fundamentales que se usan para elaborar teorías se expresan en el lenguaje de las matemáticas, la herramienta que proporciona un puente entre teoría y experimento.

1. MAGNITUDES FÍSICAS

En Física, llamamos magnitud a toda propiedad o atributo que interviene en un fenómeno y que puede ser medida. La longitud, la masa, el volumen o el tiempo son ejemplos de magnitudes físicas ya que se pueden expresar a través de números acompañados de una unidad: 5 metros, 2 kilogramos o 6 metros cúbicos.

Algunas magnitudes son tan básicas que pueden ser definidas describiendo la forma de medirlas como ser, la longitud, la masa, el tiempo, la temperatura, etc..

Otras se definen describiendo la forma de calcularlas a partir de otras magnitudes medibles. Por ejemplo:

$$\text{velocidad media} = \frac{\text{desplazamiento}}{\text{intervalo de tiempo}}$$

Aquí vemos que la velocidad media se define a partir de una operación entre otras magnitudes, como es, el cociente entre el desplazamiento y el intervalo de tiempo durante el cual tuvo lugar ese desplazamiento, y así sucede con muchas otras magnitudes físicas. Es decir, que podemos seleccionar un grupo de magnitudes básicas a partir de las cuales se puedan definir las restantes. A ese conjunto de magnitudes básicas las llamamos *Magnitudes Fundamentales* y al resto de ellas, que se obtienen a partir de las básicas, las llamamos *Magnitudes Derivadas*.

La Mecánica es la parte de la Física que estudia el movimiento. En la mecánica, las magnitudes fundamentales son: Longitud, Masa y Tiempo.

La velocidad, la aceleración, la densidad, el volumen de un cubo, la energía cinética son magnitudes derivadas pues:

$$\text{aceleración} = \frac{\text{variación de velocidad}}{\text{intervalo de tiempo}}$$

$$\text{densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$$

$$\text{volumen cubo} = \text{lado}^3$$

$$\text{energía cinética} = \frac{1}{2} \text{masa} \times \text{velocidad}^2$$

1.1. Mediciones – Sistemas de Unidades

Cuando medimos una magnitud estamos determinando cuántas veces está contenida en ella la unidad de medida. Como ser: para la *longitud* una unidad de medida es el *metro*, para la masa el *kilogramo* y para el tiempo el *segundo*. Por ejemplo, la altura de una puerta estándar es 2m, es decir que en esa longitud, la unidad de medida metro está contenida 2 veces, o la duración de 1 día= 86400seg, en el cual la unidad *segundo* está contenida $60 \times 60 \times 24 = 86400$ veces.

Para las magnitudes derivadas, sus unidades serán una combinación de las unidades de las magnitudes de las cuales se originan. Por ejemplo, la velocidad media tendrá unidades de *metro/segundo*. Como vemos, no se necesitan unidades nuevas para la velocidad ya que se obtiene por una relación entre las unidades de las magnitudes fundamentales.

Para comparar magnitudes es necesario medirlas y utilizar la misma unidad. El reducido conjunto de unidades de las magnitudes fundamentales conforman un Sistema de Unidades.

A lo largo de la historia el hombre ha venido empleando diversos tipos de sistemas de unidades que estaban relacionados con el contexto histórico de los pueblos que los crearon. Su permanencia en el tiempo lógicamente también ha quedado ligada al destino de esos pueblos y a la aparición de otros sistemas más coherentes y generalizados.

El **sistema británico** de medidas - pies, libras, segundos, Grados Fahrenheit - todavía se encuentra vigente en algunos países, entre ellos, EEUU.

Otros sistemas son el **cegesimal** - centímetro, gramo, segundo -, el **terrestre o técnico** – metro, kilogramo- fuerza, segundo-, el **Giorgi o MKS** - metro, kilogramo, segundo- y el **Sistema métrico decimal**, muy extendido en ciencia, industria y comercio, y que constituyó la base de elaboración del **Sistema Internacional (SI)**.

El **SI** es el sistema práctico de unidades de medidas adoptado por la XI Conferencia General de Pesas y Medidas celebrada en octubre de 1960 en París.

Las unidades base del Sistema Internacional de Unidades para las magnitudes fundamentales son:

MAGNITUD BASE	NOMBRE	SIMBOLO
longitud	metro	m
masa	kilogramo	kg
tiempo	segundo	s
corriente eléctrica	Ampere	A
temperatura termodinámica	Kelvin	K
cantidad de sustancia	mol	mol
intensidad luminosa	candela	cd

Que fueron adoptadas, con uso obligatorio, por el **SIMELA**, (Sistema Métrico Legal Argentino) en el año 1972.

Consignamos en la tabla siguiente tres magnitudes fundamentales del SIMELA: longitud, masa y tiempo; y algunas derivadas de las mismas, con sus correspondientes dimensiones, símbolos y unidades:

MAGNITUD	SÍMBOLO	UNIDAD	SÍMBOLO
Longitud	x, y, s	metro	m
Masa	m	kilogramo	kg
Tiempo	t	segundo	s
Superficie	A	metro cuadrado	m ²
Volumen	V	metro cúbico	m ³
Velocidad	v	metro por segundo	m/s
Aceleración	a	Metro por segundo al cuadrado	m/s ²
Fuerza	F, P	Newton	1N = 1 kg.m/s ²

1.1.1. Prefijos del Sistema Internacional de Unidades

Si expresamos propiedades físicas en unidades SI, a menudo encontraremos números muy grandes o muy pequeños. Estos estarán relacionados con las unidades de las magnitudes fundamentales por múltiplos de 10 o 1/10. La Conferencia General de Pesas y Medidas recomendó el uso de los prefijos de la Tabla que se muestra más adelante.

Así, por ejemplo

$$1 \text{ kilómetro} = 1000 \text{ m} = 10^3 \text{ m}$$

$$1 \text{ kilogramo} = 1000 \text{ g} = 10^3 \text{ g}$$

PREFIJO	SIGNIFICADO	VALOR	ABREVIATURA
Exa	10 ¹⁸	1000000000000000000	E
Peta	10 ¹⁵	1000000000000000	P

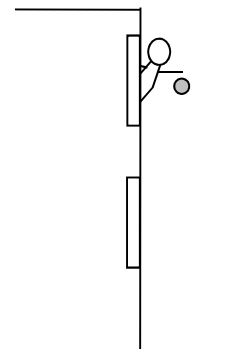
Tera	10^{12}	1000000000000	T
Giga	10^9	1000000000	G
Mega	10^6	1000000	M
Kilo	10^3	1000	K
Hecto	10^2	100	H
Deca	10^1	10	D
deci	10^{-1}	0.1	d
centi	10^{-2}	0.01	c
mili	10^{-3}	0.001	m
micro	10^{-6}	0.000001	μ
nano	10^{-9}	0.000000001	n
pico	10^{-12}	0.000000000001	p
femto	10^{-15}	0.000000000000001	f
atto	10^{-18}	0.000000000000000001	a

Ejemplos

- edad del universo 5×10^{17} seg = 500 Pseg
- período típico de rotación de una molécula 1×10^{-12} seg = 1 pseg
- periodo de rotación terrestre alrededor de su eje 9×10^4 seg = 90kseg

Ejercicios

1. Un niño deja caer una pelota desde una ventana de un edificio. A partir del instante en que la pelota abandona la mano y mientras está en el aire:
 - a) ¿Qué magnitudes físicas que intervienen en el fenómeno podemos distinguir? Haga una lista de las que puede identificar.
 - b) ¿Cuáles de ellas cree que se pueden medir directamente?
 - c) ¿Cuáles necesitan ser calculadas a partir de otras?
 - d) Elija tres magnitudes, exprese como se las calcula y sus unidades.



2. Encierra en un círculo las magnitudes derivadas y subraya las magnitudes fundamentales presentes en los siguientes textos:

“El período de un péndulos simple, en un lugar cuya magnitud de la aceleración es $9,80\text{m/s}^2$, es 1s y la longitud de la cuerda es de 0.248m ”

“El peso de un hombre es igual a 705.6N , mide 1.8m de altura y está de pie sobre una balanza en un ascensor. A partir del reposo el elevador asciende y logra su rapidez máxima de 1.22m/s en un tiempo de 0.80s ”.

3. En qué unidades del SIMELA se miden las siguientes magnitudes. Complete las columnas.

Magnitud	Unidad	Magnitud	Unidad
Tiempo		Velocidad	
Área		Aceleración	
Masa		Altura	
densidad		Peso	
temperatura		volumen	

4. Dadas las medidas mostradas en la tabla, complete la tabla con la magnitud que corresponda.

Magnitud	Medida
	6370 km
	120 s
	9.81 m/s ²
	3.5 m ³
	15 kg
	40 m/s

5. Expresa las siguientes cantidades usando los prefijos mostrados en tabla.

- a) 3×10^{-4} m
- b) 5×10^{-5} s
- c) 72×10^2 g

6. Ordena las siguientes cantidades de mayor a menor.

- a) 0.032 kg
- b) 15 g
- c) 2.7×10^5 mg
- d) 4.1×10^{-8} Gg
- e) 2.7×10^8 μ g

1.2. Notación Científica

La Notación Científica nos ayuda a poder expresar de forma más sencilla aquellas cantidades numéricas que son demasiado grandes o por el contrario, demasiado pequeñas.

Se conoce también como Notación Exponencial y puede definirse como el Producto de un número que se encuentra en el intervalo comprendido del 1 al 10, multiplicándose por la potencia de 10.

Por ejemplo, tenemos la siguiente cantidad:

$$139000000000 \text{ cm.}$$

Ahora lo llevamos a la mínima expresión y tenemos como respuesta:

$$1.39 \times 10^{11} \text{ cm}$$

Y se procede así: se quitan los ceros de la derecha, corriendo la coma a la izquierda, y se convierte el número en otro comprendido ente 1 y 10 con dos decimales,

$$1.39$$

Luego se multiplica a éste por la potencia de 10 donde su exponente será el número de lugares que se corrió la coma a la izquierda, es decir 11, quedando 10^{11} .

$$\underline{1.39 \times 10^{11} \text{ cm}}$$

Si se trata de un número muy pequeño:

$$0.00009678 \text{ cm}$$

En este caso se corre la coma a la derecha hasta convertirlo en un número entre 1 y 10 (redondeando con dos decimales).

$$9.68$$

Y ahora lo multiplicamos por la potencia de 10 con el exponente -5 ya que ahora la coma se corrió a la derecha.

Queda entonces:

$$\underline{9.68 \times 10^{-5} \text{ cm}}$$

En la Tabla se muestran algunos valores expresados en Notación Científica.

<i>Masa del Sol</i>	$2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$
<i>Masa del electrón</i>	$9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
<i>Distancia Tierra-Sol</i>	$1.5 \times 10^{11} \text{ m}$
<i>Edad de la Tierra</i>	$1.5 \times 10^{17} \text{ s}$

1.2.1. Operaciones utilizando notación científica

Para operar con cantidades utilizando la notación científica se procede:

Suma y Resta.

Se sumaran o restarán dos cantidades únicamente cuando tengan idéntica potencia de diez.

Por ejemplo:

- $450000 + 1270 + 530000 = 4.5 \times 10^5 + 0.01 \times 10^5 + 5.3 \times 10^5 = 9.81 \times 10^5$
- $0.535 - 0.021 = 5.35 \times 10^{-1} - 0.21 \times 10^{-1} = 5.14 \times 10^{-1}$

Producto y cociente

En este caso se multiplican o dividen las bases entre sí y al resultado se lo multiplica por la potencia de 10 cuyo exponente es la suma de los exponentes o la diferencia en el caso del cociente.

Por ejemplo

- $0.215 \times 250000 = 2.15 \times 10^{-1} \times 2.5 \times 10^5 = 2.15 \times 2.5 \times 10^{-1+5} = 5.38 \times 10^4$
- $532000 \times 10^{-5} / 237000 = 5.32 \times 10^5 \times 10^{-5} / 2.7 \times 10^5 = 1.97 \times 10^{0-5} = 1.97 \times 10^{-5}$

Potenciación

En el caso de que la cantidad expresada en notación científica esté elevada a alguna potencia, se eleva el coeficiente a la potencia y se multiplican los exponentes.

Por ejemplo:

- $121000^2 = (1.21 \times 10^5)^2 = 1.21^2 (10^5)^2 = 1.46 \times 10^{5 \times 2} = 1.46 \times 10^{10}$
- $(-6425)^2 = (-6.23 \times 10^3)^2 = (-6.23)^2 \times 10^{3 \times 2} = 38.81 \times 10^6 = 3.88 \times 10^7$

Radicación

Se aplica la raíz al coeficiente y se divide exponente por el índice de la raíz.

- $\sqrt[2]{1.44 \times 10^4} = \sqrt[2]{1.44} \times 10^{4/2} = 1.2 \times 10^2$

Ejercicios

7. Expresar en Notación Científica:

- 1000000
- 0.0000014276
- 12742
- 0.008915
- 328400000
- 0.00000000178

8. Expresar en Notación Exponencial las siguientes constantes

- | | |
|-------------------------------|--|
| a) Diámetro de núcleo atómico | 0.000000000000001 m |
| b) Rapidez de la luz | 299792458 m/s |
| c) Constante gravitacional | 0.0000000000667 N.m ² / kg ² |
| d) Presión atmosférica NMM | 101325 Pa |

9. Realizar las siguientes operaciones

- a) $73000 + 56050 + 45500$
 b) $285900 - 34500$
 c) $0.0003467 + 0.0000256 + 0.000783$
 d) $0.00000896 - 0.00000234$
 e) $\frac{6 \times 10^{-2}}{3.5 \times 10^3}$
 f) $\left(\sqrt[3]{2.7 \times 10^7}\right) \left(\sqrt[3]{1.25 \times 10^{-4}}\right)$
 g) $\frac{(\sqrt{14400})(\sqrt{0.000025})}{(\sqrt{2358000})^2 (0.16)}$

1.3. Conversión de Unidades

Cuando necesitamos expresar una magnitud en un sistema de unidades diferente podemos hacer uso del llamado Factor de Conversión. Este factor será un cociente que multiplicaremos por la magnitud a convertir y es igual a 1(uno). La fracción contiene la equivalencia entre las unidades de ambos sistemas.

$$f = \frac{\text{Unidad Sistema 1}}{\text{Unidad Sistema 2}} = 1$$

Por ejemplo, para convertir 1850 metros a millas, se escribe la magnitud a convertir y se multiplica por el factor f donde las unidades metros y millas se ubican de manera que se pueda cancelar metros. En este caso debe ubicarse en el denominador.

$$1850\text{m} \frac{1\text{mi}}{1609\text{m}} = 1,149\text{mi}$$

Si son dos las unidades a convertir, entonces serán dos factores de conversión que usaremos.

Convertir 80mi/h a m/s

$$80\frac{\text{mi}}{\text{h}} \frac{1609\text{m}}{1\text{mi}} \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} = 35.75\text{m/s}$$

A continuación listamos algunas equivalencias de las magnitudes fundamentales L, M y T del SIMELA con otros sistemas

Longitud

$$1 \text{ mi} = 5280 \text{ ft} = 1.609 \text{ km}$$

$$1 \text{ yd} = 91.44 \text{ cm}$$

$$1 \text{ ft} = 30.48 \text{ cm}$$

1 in = 2.540 cm
 1 m = 3.281 ft = 39.37 in
 1 km = 1000 m = 0.6214 mi
 1 m = 100 cm = 1000 mm = 10^9 nm
 1 milla náutica = 6080 ft
 1 Å = 10^{-10} m = 10^{-8} cm = 10^{-1} nm
 1 año luz = 9.461×10^{15} m

Masa

1 kg = 10^3 g
 1 lb = 0.453 kg
 1 lb (fuerza) = 4.448 N

Tiempo

1 min = 60 s
 1 h = 60 min = 3600 s
 1 día = 24 h = 1440 min = 86400 s

Ejercicios

1. Realiza las siguientes conversiones:

- 9 kg a g y lb.
- 3,5 días a horas minutos y segundos.
- 18,7 km a cm, ft y plg.
- 80 km/h a m/s y mi/h.
- El avión comercial más rápido tiene una velocidad crucero de 1450 mi/h. Expresa su velocidad en km/h y en m/s.
- Convierta el volumen $8,50 \text{ pulg}^3$ en m^3 y cm^3 .
- Convierte 25 m^2 a cm^2 , ft^2 y plg^2 .
- Expresa la aceleración de la gravedad en m/s^2 , km/h^2 , cm/s^2 y ft/s^2 .
- Un lote de construcción mide 100 ft por 150 ft: Determine el área de este lote en m^2 .
- Un corredor recorre 500 m en 5.8 seg. Convierta la velocidad a Km/h y mi/h.
- Un animal se mueve a una velocidad de 220 yardas por quincena (14 días). Determine la velocidad del animal en m/s.
- A continuación se dan las velocidades máximas de varios animales, pero en unidades de velocidad diferentes. Convierta estos datos a m/s, y después disponga a los animales en orden creciente de su velocidad máxima: la ardilla, 19 km/h; el conejo, 30 nudos; el caracol, 0.030 mi/h; la araña, 1.8 pies/s; el leopardo, 1.9 km/min; un ser humano, 1000 cm/s; el zorro, 1100 m/min; el león, 1900 km/día. (1 nudo = 1 milla náutica/hora).
- La densidad del agua es de $1,0 \text{ g/cm}^3$. Convierta esta densidad a kg/m^3 .
- Una pieza maciza de plomo tiene una masa de 23.94 g y un volumen de 2.10 cm^3 . De estos datos, calcule la densidad del plomo en unidades del SIMELA.
- Un auditorio mide 40 m x 20 m x 12 m. La densidad del aire es de 1.20 kg/m^3 . ¿Cuáles son i) el volumen de la habitación en pies cúbicos y ii) el peso en libras del aire en la habitación?

2 - MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES

Muchas magnitudes físicas quedan perfectamente definidas cuando se da un número y la unidad en que se ha medido. Se entiende perfectamente cuando nos dicen: "la longitud de un lápiz es 15cm o el volumen de un recipiente es 2 litros".

Sin embargo hay otras, que para ser definidas, deben asociarse a otras características, tal es el caso del desplazamiento, la velocidad, la aceleración, la fuerza, etc.

Para fijar ideas, si alguien nos dice que "un avión salió del aeropuerto de Santiago del Estero y voló 2.000km" nadie tendrá la más mínima idea en dónde estará el avión, cuál fue su desplazamiento o cambio de posición, es evidente que nos está faltando información adicional. Para que nuestra idea del desplazamiento del avión sea precisa habrá que agregar al módulo del desplazamiento, 2.000km, la dirección y el sentido en el que el mismo se realizó.

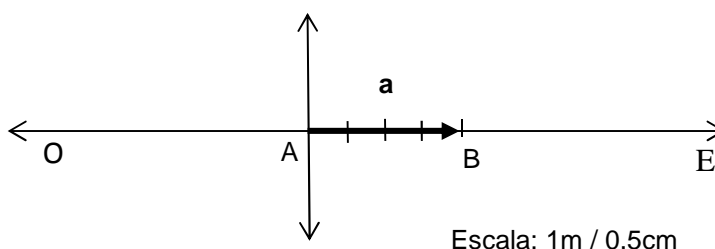


Esto es: "el avión se desplazó 2.000km, en una recta que forma 30° con la dirección N-S, hacia el Norte".

Las magnitudes que, como los ejemplos mencionados en primer término, se especifican sólo con un número y la unidad de medida, se llaman **magnitudes escalares**.

Las magnitudes que necesitan además dirección y sentido, para definirse, se llaman **magnitudes vectoriales**. Usaremos, para operar con ellos, reglas especiales que veremos más adelante.

Convenimos en representar una magnitud vectorial por un vector cuyo módulo o tamaño, en cierta escala arbitraria, es la magnitud o valor absoluto de la magnitud medida. La recta a la que pertenece el vector es la dirección, y el sentido estará indicado por la punta de una flecha. Un desplazamiento AB de 4 m en la dirección Este-Oeste hacia el Este se graficará:



Para designar una magnitud vectorial usaremos una letra con una flecha arriba o, como se ven en la mayoría de los textos universitarios, la letra que representa el nombre del vector se escribe en negrita.

$$\text{vector } AB = \overrightarrow{AB} = \vec{a} = \mathbf{a}$$

Esta última es la designación que utilizaremos en este apunte.

El módulo del vector se escribirá:

$$\text{módulo } \vec{a} = |\vec{a}| = a$$

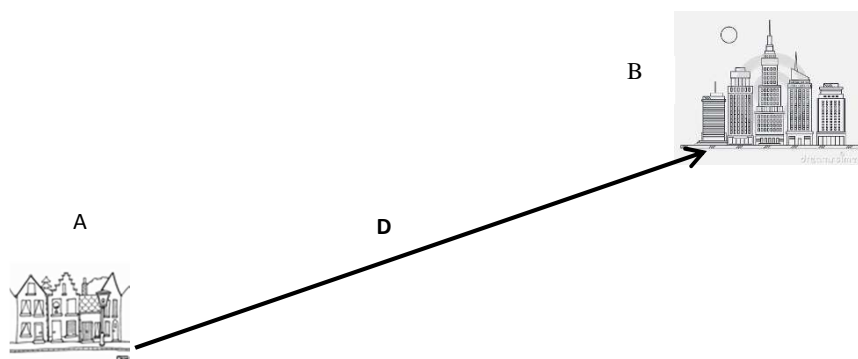
por lo tanto, si la letra está en negrita, se refiere al vector con todas sus componentes, es decir, módulo, dirección y sentido. Caso contrario nos estaremos refiriendo sólo al módulo o magnitud del vector.

2.1 Escalas

La escala es una relación proporcional que se da entre las medidas de una magnitud real y su representación gráfica o material en menor medida. Por lo tanto, se trata de un factor que pretende ajustar las proporciones reales de un fenómeno cuando estas disminuyen o aumentan. La escala es un recurso muy utilizado a la hora de representaciones gráficas o reproducciones materiales de magnitudes físicas o imágenes guardando sus proporciones. El factor es un cociente que contiene la cantidad de magnitud representada por unidad de longitud.

$$\text{Escala de longitud} = \frac{10\text{km}}{1\text{cm}} \qquad \text{Escala de Fuerzas} = \frac{50\text{N}}{1\text{cm}}$$

Ejemplo: Un automóvil se desplaza a una velocidad de 80km/h desde la ciudad A a la B. Si la escala de longitudes del vector desplazamiento es 25km/1cm, ¿Qué distancia separa las ciudades?



La distancia la obtenemos multiplicando la longitud del vector por la escala

$$D = 8\text{cm} \times \frac{25\text{km}}{1\text{cm}} = 200\text{km}$$

Si quisiera representar la velocidad con un vector y la escala de velocidades fuera $\frac{40 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{1 \text{cm}}$ ¿qué longitud tendrá el vector?

La longitud del vector velocidad será $v(\text{cm}) = \frac{80 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{\frac{40 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{1 \text{cm}}} = 2 \text{cm}$

Ejercicios

1. Decir en cada caso de los propuestos si se está haciendo referencia a una magnitud escalar (indicar módulo) ó a una magnitud vectorial (indicar el módulo, la dirección y el sentido):
 - a) La masa de agua que contiene una cisterna es de 1000kg.
 - b) La velocidad de salida del agua por una tubería es de 18m/seg.
 - c) La potencia que gasta una lámpara es de 100watt.
 - d) La fuerza que ejerce una llave sobre una tuerca al aflojarla es de 120N.
 - e) Una persona camina los 70 m que hay desde su casa hasta la esquina, siguiendo la numeración creciente de las mismas.
2. ¿Cuándo dos magnitudes vectoriales son iguales?

2.2. Operaciones con magnitudes vectoriales

2.2.1 Métodos Gráficos

Para operar con magnitudes escalares se aplican las reglas del Álgebra. Esto no sucede con las magnitudes vectoriales para las que existen, como dijimos, reglas especiales. Sumar dos magnitudes vectoriales **a** y **b**, es encontrar un vector resultante **c**, que quedará determinado por sus características vectoriales: módulo, dirección y sentido.

En símbolos: $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{c}$

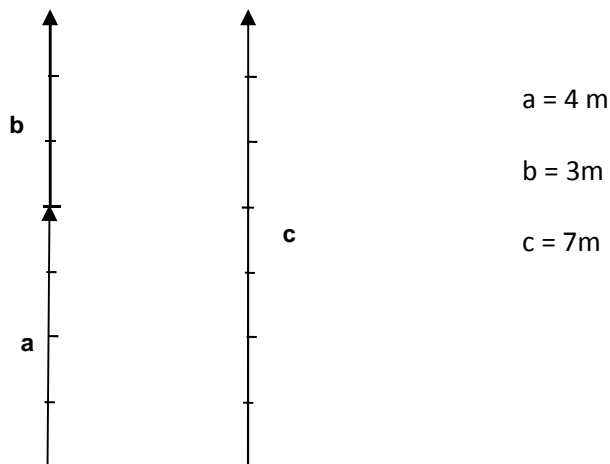
En el Álgebra la suma de dos números, $a + b$, dará un único resultado c .

En el Álgebra vectorial, el vector resultante dependerá no sólo de los módulos de **a** y **b** sino también de sus respectivas direcciones y sentidos.

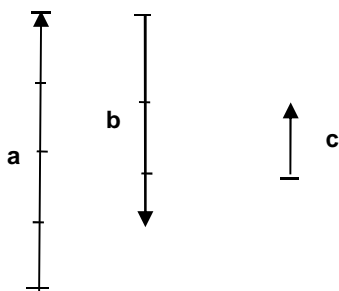
Para fijar ideas:

I) Si alguien se desplaza 4 m en dirección N-S hacia el N y luego 3 m en la misma dirección y sentido.

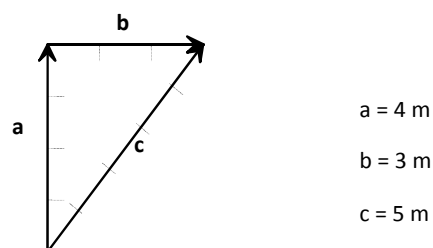
El desplazamiento resultante será evidentemente de 7 m en la misma dirección y sentido que los desplazamientos efectuados. Gráficamente:



II) Si el segundo desplazamiento se realiza con la misma dirección pero en sentido contrario, hacia el S, el resultado será diferente. En efecto, en este caso el desplazamiento resultante es de 1 m en la misma dirección, N-S, hacia el N.



III) Si el segundo desplazamiento tiene lugar en la dirección E-O hacia el E, el desplazamiento resultante tendrá, obviamente, un resultando también diferente a los anteriores:



La operación efectuada en los tres casos se simboliza: $\mathbf{a + b = c}$

Observa que cuando se suman magnitudes vectoriales que tienen la misma dirección se pueden utilizar las reglas del álgebra, el módulo del vector resultante es, en estos casos, la suma

algebraica de los módulos de los vectores, siempre que se asigne, por convención, signo positivo a uno de los sentidos posibles.

Para conocer el módulo del vector resultante, en el caso de los vectores cuyas direcciones no coinciden, se deberá medir con la regla el vector **c**, teniendo en cuenta la escala usada, y la dirección quedará determinada midiendo el ángulo que forma **c** con **a** o con **b**.

Para sumar geoméricamente magnitudes vectoriales se usan dos métodos: el de la poligonal y el del paralelogramo.

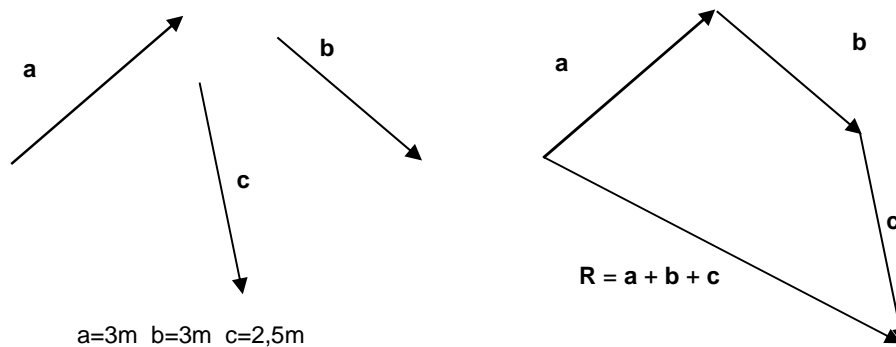
Método de la Poligonal

La regla para sumar geoméricamente vectores con el **método de la poligonal** es:

"Dados los vectores, dibujamos uno a continuación del otro y luego unimos el origen del primero con el extremo del segundo, obteniéndose así el **vector suma o resultante R**".

En este método los distintos vectores constituyen los lados de un polígono, que es cerrado por la resultante o vector suma.

Por ejemplo: dados **a**, **b** y **c**, encontrar **R**.

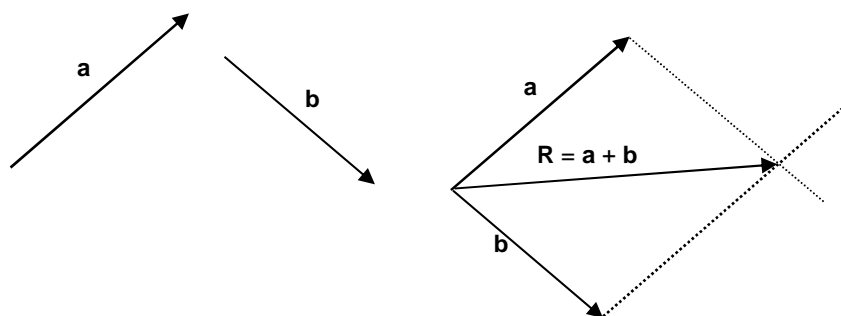


Método del Paralelogramo

La regla para sumar vectores usando el método del paralelogramo es:

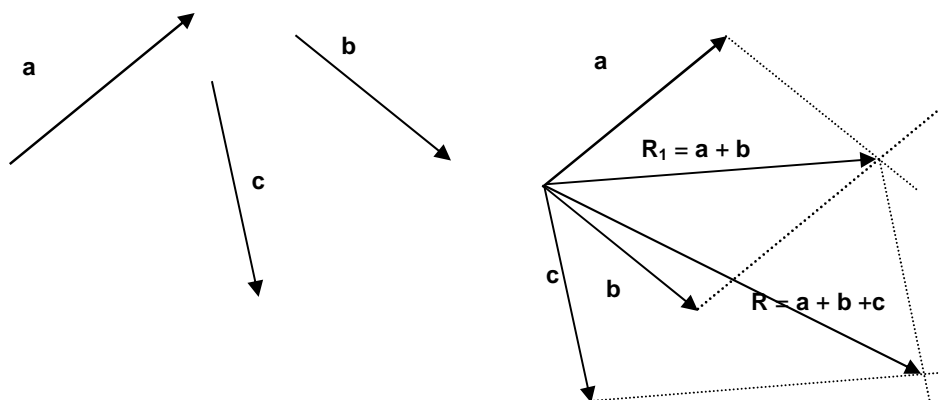
"Dados dos vectores, dibujamos los mismos con sus orígenes en el mismo punto, la resultante o vector suma es la diagonal de un paralelogramo que tiene por lados a los vectores dados".

Por ejemplo: dados **a** y **b**, encontrar **R**.



Este procedimiento se puede usar también, para sumar cualquier número de vectores. Para ello se aplica la regla, tomando el primer y segundo vector, luego la resultante de éstos con el tercero y así sucesivamente.

Por ejemplo: dados **a**, **b** y **c**, encontrar **R**.



En cualquiera de los dos gráficos se mide el módulo de **R**, considerando siempre la escala. Para la dirección se puede dar el ángulo que forma **R** con **a**.

Diferencia de vectores

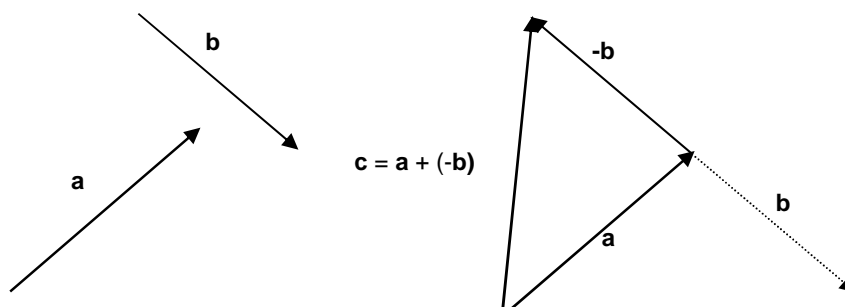
Para efectuar la diferencia de dos vectores **a** y **b** se aplican las mismas reglas.

En efecto, si escribimos:

$$c = a + (-b)$$

estamos indicando la suma de dos vectores a uno de los cuales, el segundo, debe cambiársele el sentido antes de efectuar la suma. Es fácil observar que **b** y **-b** son vectores idénticos en módulo y dirección pero de sentido contrario.

Gráficamente:



Como vemos, los métodos gráficos son muy útiles

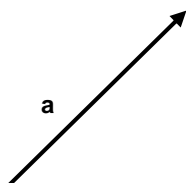
Producto de un escalar por un vector

De igual manera si multiplicamos un vector por un escalar, éste afectará al vector original en módulo y dirección dependiendo de su signo y su valor absoluto. Si el signo del escalar es negativo, el vector resultante deberá cambiar su sentido, caso contrario lo conservará.

Si el valor absoluto del escalar es mayor que uno el vector resultante tendrá un módulo mayor que el vector dato. Si fuera menor que uno, el módulo disminuirá,

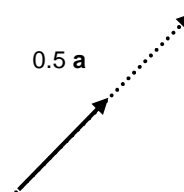
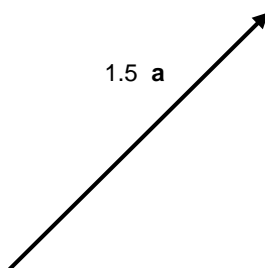
Así, por ejemplo:

Dado el vector a



Obtenga

$1.5 a$ y $0.5 a$



En la adición de vectores se cumplen dos propiedades importantes:

Ley conmutativa:

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}$$

Ley asociativa:

$$\mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = (\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c}$$

Estas leyes establecen que no importa en qué orden se suman o cómo se agrupan para sumar los vectores, la suma resultante será la misma.

En la diferencia no se cumple la ley conmutativa:

$$\mathbf{a} - \mathbf{b} \neq \mathbf{b} - \mathbf{a}$$

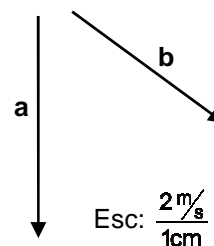
pues $\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{c}$ y $\mathbf{b} - \mathbf{a} = \mathbf{d}$, siendo $\mathbf{c} \neq \mathbf{d}$

El método geométrico de sumar vectores no es muy útil cuando debemos sumar vectores en el espacio y además obtener exactitud en el vector resultante.

Ejercicios

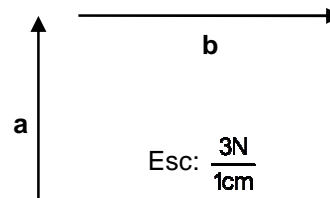
1- Dados los siguientes vectores coplanarios:

- Encuentra la resultante $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ utilizando el método de la poligonal.
- Usando la escala determina su módulo. ¿De qué magnitudes vectoriales se trata?
- ¿El módulo de la resultante es igual a la suma de los módulos de los vectores \mathbf{a} y \mathbf{b} ? ¿En qué condiciones ocurriría eso?
- Encuentra $\mathbf{a} - \mathbf{b}$. Obtén su módulo.



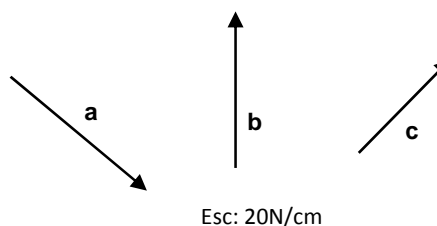
2- Encuentra la resultante de los siguientes vectores usando el método del paralelogramo

- Determina su módulo usando la escala.
- ¿De qué magnitudes vectoriales se trata?
- ¿Cuál sería una equilibrante para esta resultante?



3- Dados los siguientes vectores encuentra R usando el método de la poligonal.

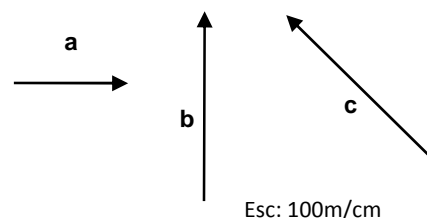
- $\mathbf{R} = \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$
- $\mathbf{R} = \mathbf{a} - \mathbf{b}$
- $\mathbf{R} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$
- $\mathbf{R} = 2\mathbf{b} - \mathbf{c}$
- $\mathbf{R} = \mathbf{c} - 3/2\mathbf{b}$



4- ¿Cuál es el significado físico de un polígono vectorial cerrado? ¿Puedes dar un ejemplo?

5- Dados los siguientes vectores encuentra R usando el método del paralelogramo.

- $\mathbf{R} = \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$
- $\mathbf{R} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$
- $\mathbf{R} = \mathbf{a} - \mathbf{b}$
- $\mathbf{R} = \mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c}$



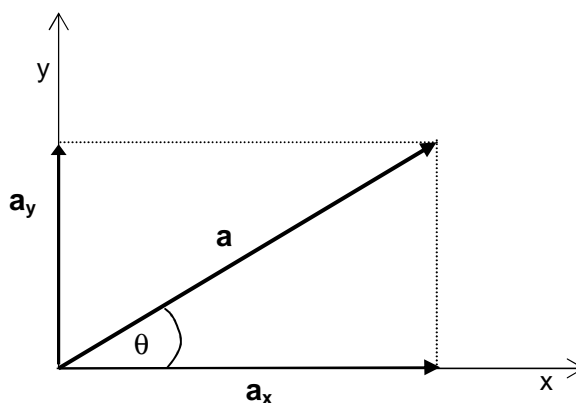
6- A partir de los ejercicios propuestos, ¿puedes verificar si las operaciones con vectores cumplen algunas propiedades del álgebra? ¿Qué operaciones y qué propiedades?

2.2.2 Método analítico

Descomposición y composición de un vector analíticamente

Para poder aplicar el método analítico es necesario aprender a descomponer y componer un vector según un sistema de elegido.

Consideremos un vector cuyo origen se ha colocado en el origen de un sistema de coordenadas ortogonales.



Las proyecciones perpendiculares de \mathbf{a} sobre cada eje se llaman, por definición, componentes vectoriales de \mathbf{a} en las direcciones x e y . En la figura estas componentes vectoriales están indicadas por \mathbf{a}_x y \mathbf{a}_y . De la figura se encuentra fácilmente que los módulos de las componentes vectoriales son:

$$\begin{aligned} a_x &= a \cos \theta \\ a_y &= a \sin \theta \end{aligned}$$

Una vez que un vector ha quedado descompuesto, las componentes mismas pueden usarse para especificar el vector. En lugar de dar un vector como (a, θ) , esto es magnitud y dirección con respecto al eje x positivo, puede darse el mismo como (a_x, a_y) , las componentes rectangulares según los ejes x e y .

Siempre es posible pasar de una a otra descripción, de la siguiente manera (ver figura):

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \\ \text{tg } \theta &= \frac{a_y}{a_x} \quad \text{Y} \quad \theta = \arctg \frac{a_y}{a_x} \end{aligned}$$

Es decir dados (a, θ) se pueden calcular (a_x, a_y) y dados (a_x, a_y) se pueden calcular (a, θ) .

Operaciones con vectores utilizando el método analítico.

La **regla práctica** para sumar vectores analíticamente es descomponer todos los vectores según un sistema de coordenadas cartesianas. Cada componente de la resultante se obtendrá sumando algebraicamente las componentes de cada vector según el eje considerado.

A partir de las componentes podrán encontrarse el módulo y dirección del vector resultante o vector suma.

Ejemplo: sumar **a** y **b** siendo **a**= (20; 30°) y **b**= (10; 180°)

$$\mathbf{r} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$$

En componentes cartesianas escribimos **a** y **b** como:

$$\begin{aligned} a_x &= a \cos \theta = 20 \cos 30^\circ = 17,3 \\ a_y &= a \sin \theta = 20 \sin 30^\circ = 10 \end{aligned} \quad \mathbf{a} = (17,3 ; 10)$$

$$\begin{aligned} b_x &= b \cos \theta' = 10 \cos 180^\circ = -10 \\ b_y &= b \sin \theta' = 10 \sin 180^\circ = 0 \end{aligned} \quad \mathbf{b} = (-10 ; 0)$$

Las componentes cartesianas de **r** se calculan:

$$\begin{aligned} r_x &= a_x + b_x = 17,3 - 10 = 7,3 \\ r_y &= a_y + b_y = 10 + 0 = 10 \end{aligned} \quad \mathbf{r} = (7,3 ; 10)$$

El módulo de **r** será:

$$r = \sqrt{r_x^2 + r_y^2} = \sqrt{(7,3)^2 + (10)^2} = 12,36$$

La dirección se calcula a partir de:

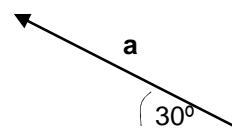
$$\operatorname{tg} \theta = \frac{r_y}{r_x} = \frac{10}{7,3} \quad \theta = \operatorname{arctg} \frac{10}{7,3} = 53^\circ 52' 14''$$

Por lo tanto: $\mathbf{R} = (12.36, 53^\circ 52' 14'')$

Ejercicios

1- Dado el siguiente vector **a**:

- Ubica el vector en un sistema de referencia.
- Proyecta las componentes del vector sobre los ejes del sistema.
- Determina sus componentes.



Módulo = 5 u

2- Dadas las siguientes componentes del vector **b**: $b_x = 8N$ $b_y = 10N$

- Encuentra el módulo del vector **b**.
- Encuentra el ángulo que forma con el eje x.

3- Sabiendo que el módulo del vector es 10 unidades, y una de sus componentes rectangulares tiene módulo 6 unidades, ¿cuál es el módulo de la otra componente?

4-

- ¿Puede tener el valor de una componente de un vector módulo mayor que el propio vector?

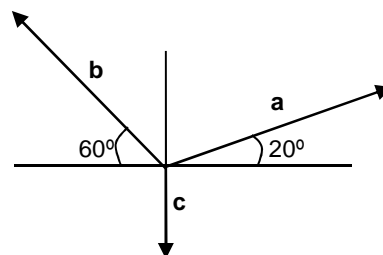
- b) Si una componente de un vector es nula, ¿es necesariamente nulo el módulo del vector?
 c) Si ambas componentes rectangulares de un vector son nulas, ¿es necesariamente nulo el módulo del vector? ¿puede ser considerado un vector?

5- Dadas los vectores: $\mathbf{a} = (20, 60^\circ)$, $\mathbf{b} = (35, 120^\circ)$ y $\mathbf{c} = (40, 240^\circ)$. Encuentra sus componentes en un sistema de referencia adecuado.

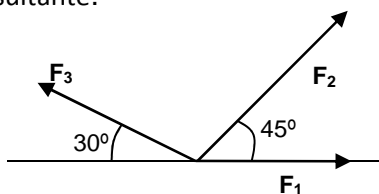
6- Dados los vectores: $\mathbf{e} = (-7.5, 4)$, $\mathbf{f} = (-6.5, -7)$ y $\mathbf{g} = (5, -4)$. Encuentra módulo, dirección y sentido de cada uno.

7- Halla analíticamente la resultante del siguiente sistema. Encuentra su módulo, dirección y sentido.

Módulos $a = 250$ $b = 230$ $c = 100$



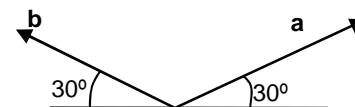
8- En la siguiente figura se encuentran tres vectores concurrentes, halla el módulo, dirección y sentido del vector resultante.



Módulos $F_1 = 200$ $F_2 = 300$ $F_3 = 250$

9- Hallar analíticamente el módulo, dirección y sentido del vector diferencia:

- a) $\mathbf{b} - \mathbf{a}$
 b) $\mathbf{a} - \mathbf{b}$
 c) Ubique en un sistema de referencia los vectores obtenidos.
 d) Realice las mismas operaciones usando el método de la poligonal.



Módulos $a = 30$ $b = 20$

10- Considera los siguientes vectores $\mathbf{A} = (100, 60^\circ)$, $\mathbf{B} = (300, 135^\circ)$, $\mathbf{C} = (500, 240^\circ)$ y $\mathbf{D} = (250, 90^\circ)$.

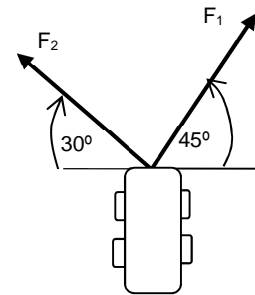
- a) Calcula en cada caso las componentes rectangulares de los vectores.
 b) Halla un solo vector que reemplace el conjunto dado y exprese sus componentes rectangulares.

11- Sobre un punto actúan tres vectores coplanarios que están definidos $\mathbf{V}_1 = (40, 0^\circ)$, $\mathbf{V}_2 = (30, 50^\circ)$ y $\mathbf{V}_3 = (30, 120^\circ)$.

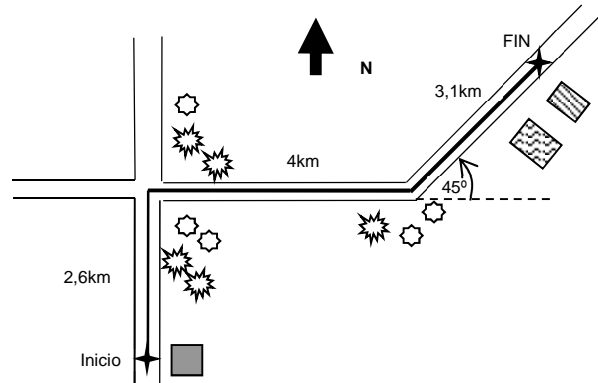
- a) Elije un sistema de referencia adecuado y determine analíticamente las componentes x e y de cada vector.
 b) Determina módulo, dirección y sentido del vector suma

- 12- Dos niños tiran de un carrito con fuerzas cuyos módulos son $F_1 = 60\text{N}$ y $F_2=40\text{N}$.

- Elije un sistema de referencia y encuentre las componentes de las fuerzas F_1 y F_2 en ese sistema.
- Obtén las componentes del vector resultante.
- Calcula el módulo y dirección de este vector resultante.



- 13- Un empleado postal conduce su camión por la ruta de la figura. Escoje un sistema de referencia adecuado y determina la magnitud y dirección del desplazamiento resultante.

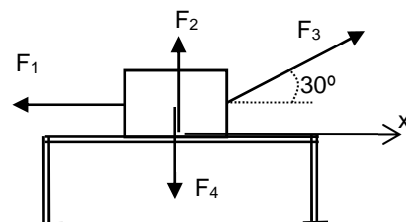


- 14- Un barco navega a una velocidad de $V_1 = 11,1\text{m/seg}$ en dirección Noreste. Comienza a soplar viento de $V_2= 7\text{m/s}$ en dirección Noroeste. a) ¿Cuál será el módulo de la velocidad resultante del barco? ¿Y su dirección respecto de la dirección E-O?

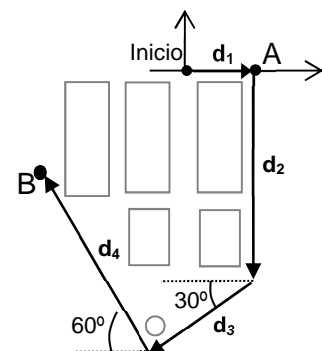


- 15- Un bloque se encuentra sobre una mesa y sobre él actúan las fuerzas que se muestran en la figura. Sus módulos correspondientes son: $F_1= 14,4\text{ N}$, $F_2 = 36\text{N}$, $F_3 = 28\text{N}$ y $F_4=50\text{N}$

- Determina las componentes de la fuerza resultante.
- Calcula su módulo y dirección con el eje x.



- 16- Una persona que sale a caminar sigue la trayectoria mostrada en la figura. El total del viaje consiste en cuatro trayectorias rectas. Al final del paseo, ¿cuál es el desplazamiento resultante medido desde el punto de partida? Calcule la distancia de A a B
 $d_1=100\text{m}$, $d_2=300\text{m}$, $d_3=150\text{m}$ $d_4=200\text{m}$



3. CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA

Concepto de punto material o partícula. Sistema de referencia.

Cuando describimos el movimiento nos ocupamos de la parte de la mecánica que se llama **Cinemática**. Cuando relacionamos el movimiento con las fuerzas que intervienen en él y con las propiedades de los cuerpos en movimiento, nos ocupamos de la **Dinámica**.

En general, el movimiento de un cuerpo real es complejo, sin embargo siempre es posible, descomponer un movimiento complejo en otros más simples y por lo tanto más fáciles de analizar.

Consideremos, por ejemplo, el movimiento de una gota de agua que cae y el de una pelota de tenis que va por el aire. El movimiento de la gota de agua es complejo, pues ella, en primera aproximación, vibra y se traslada de un lugar a otro simultáneamente. En el caso de la pelota de tenis, ella rota mientras se traslada.

Así, para simplificar nuestro estudio definiremos un nuevo concepto: el de punto material o partícula. Diremos que un cuerpo podrá considerarse como una partícula cuando sus dimensiones sean muy pequeñas comparadas con las dimensiones que participan en el fenómeno en estudio.

Por ejemplo, si un automóvil de 3 m de longitud se desplaza 15 m, no puede ser considerado como partícula; pero si el mismo automóvil, viaja de una ciudad a otra distante unos 200 km, la longitud del automóvil será despreciable comparada con la distancia a recorrer y entonces podrá ser considerado como partícula.

Otro ejemplo: si queremos describir el movimiento de la Tierra alrededor del Sol, podremos considerar a aquélla como partícula.

*Se dice que un cuerpo está en **movimiento** cuando su posición cambia a través del tiempo.*

Este concepto, **posición**, tiene sentido únicamente cuando se utiliza asociado a un **sistema de referencia**. En nuestro curso estudiaremos el movimiento de cuerpos respecto a un sistema de referencia que se encuentran en reposo o moviéndose a velocidad constante.

La elección del **sistema de referencia** dependerá del **tipo de movimiento** que realice la partícula, es decir si puede ser necesario utilizar sistemas con una, dos o tres coordenadas para evaluar las sucesivas posiciones que ocupe conforme pasa el tiempo.

Ejercicios

1-

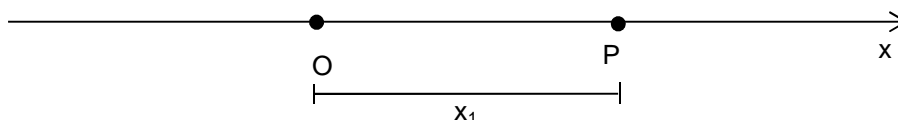
- a) Explica por qué es necesario establecer un sistema de referencia para evaluar el movimiento de un cuerpo.
- b) ¿Cómo escogerías el sistema en los siguientes casos?

- i) Se analiza el movimiento de una caja que se eleva hacia la terraza de un edificio mediante una grúa.
 - ii) El movimiento de un mosquito en una habitación.
 - iii) El movimiento de un punto en el borde del aspa de una turbina.
 - iv) El movimiento de un niño montado en un caballito de una calesita.
- c) Elige otras situaciones y el sistema que usarías para analizar el movimiento en cada caso.

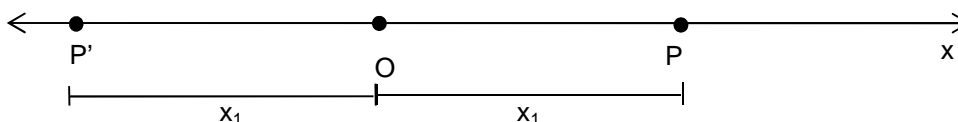
3.1 Magnitudes Cinemáticas

Posición

El caso más simple de movimiento es el de una partícula que se mueve en **línea recta**. Por ejemplo, una bolita (punto P) que se mueve sobre un riel (eje x) del cual no puede salir. Cuando un cuerpo se mueve en línea recta basta **una coordenada** para determinar su posición. Se dice en este caso que **el movimiento se realiza en una dimensión**. Se elige como referencia el punto O, que es el **origen de coordenadas**, y la distancia x_1 se llama **coordenada** de P, como en la figura.

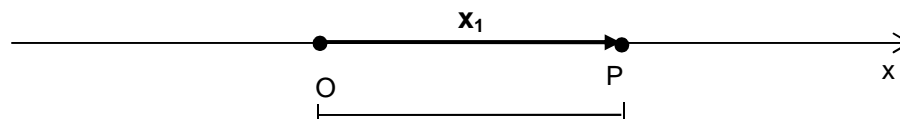


Sin embargo hay dos puntos que están a una distancia x_1 de O: P y P'.



La bolita está realmente en P, así que, evidentemente debemos adoptar una **convención** para dejar bien determinada su posición. Adoptamos el sentido hacia la derecha del origen como sentido positivo del eje y hacia la izquierda, como negativo.

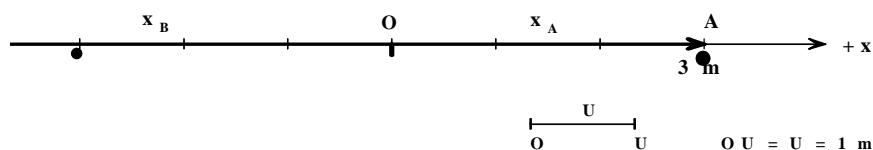
La **posición** de la bolita en un instante t queda determinada por el **vector x_1 , que tiene su origen en el punto O y su extremo en el punto P**. El módulo de dicho vector puede obtenerse midiendo el segmento OP, su dirección será la del riel y su sentido el indicado por el extremo del vector.



En resumen, para fijar la posición de una partícula que se mueve en una dirección determinada se debe adoptar:

1. un eje de coordenadas cuya dirección coincida con la dirección del movimiento,
2. un punto cualquiera del eje, como origen de coordenadas del sistema de referencia,
3. un sentido positivo, arbitrario, y
4. un segmento unidad $OU = u$

Para fijar esta idea consideremos el siguiente esquema:



En él están representadas las posiciones de dos partículas A y B: x_A y x_B en un instante determinado. A se encuentra a 3 m a la derecha del origen de coordenadas y B a 4 m a la izquierda del mismo. Las coordenadas de cada uno de esos vectores posición son respectivamente $x_A = 3$ m y $x_B = -3$ m. Observe que el sentido positivo del eje está indicado por la punta de la flecha, esto es a la derecha de O. Hemos medido los segmentos OA y OB usando la unidad $U = 1$ m, que corresponde a la longitud del segmento OU. El signo menos de la coordenada de B indica el sentido negativo del eje, esto es, la posición de B es a la izquierda de O.

Ahora bien, ¿En qué casos se mueve P respecto del eje Ox y en qué casos está en reposo respecto del mismo eje?

Cuando la coordenada de P no varía al transcurrir el tiempo se dice que P está en **reposo** respecto al origen de coordenadas; en caso contrario, que **se mueve**, con respecto a ese origen.

En un *movimiento bidimensional*, el sistema de referencia será compuesto por un par de ejes perpendiculares x e y con origen O en la intersección de éstos.

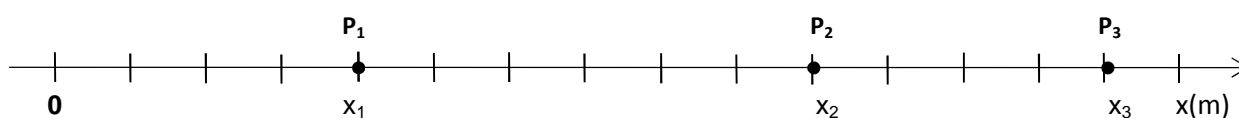
En este caso el vector posición nace en el origen del sistema y finaliza en el punto ocupado por la partícula en un instante dado.

Desplazamiento

Si en el instante t_1 la **posición** de P es x_1 y en el instante posterior t_2 su posición es x_2 , se habrá producido en el intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$, una **variación de posición** $\Delta x = x_2 - x_1$. A Δx se lo llama **variación de posición o desplazamiento**.

El desplazamiento es un vector que **comienza en el punto que ocupa en el sistema la partícula en el primer instante de tiempo y termina en el punto que ocupa al finalizar el intervalo de tiempo**. Observe que el desplazamiento se define para un intervalo de tiempo mientras que la posición se define para un instante.

El desplazamiento Δx no es necesariamente la medida del camino que recorrió la partícula al transcurrir el tiempo, al pasar de P_1 a P_2 ; en efecto, si ella parte de P_1 en el instante t_1 ,



llega al punto P_3 y luego regresa al punto P_2 ; en el instante t_2 , la variación de la posición o desplazamiento es $\Delta x = x_2 - x_1$.

Por ejemplo, si $x_1 = 4$ m, $x_3 = 14$ m y $x_2 = 10$ m, la variación de coordenadas de posición es:

$\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta x = 10$ m - 4 m = 6 m. Luego entre t_1 y t_2 la variación de coordenada de posición fue 6 m y la partícula recorrió un camino $L = 14$ m.

Supongamos ahora que, en el instante t_1 , el móvil parte de P_3 y llega a P_2 en el instante t_2 , el desplazamiento es:

$$\Delta x = x_2 - x_3 = 10 \text{ m} - 14 \text{ m} = -4 \text{ m}$$

donde el signo menos indica que el cuerpo se movió hacia la izquierda.

Supongamos que el móvil parte de P_1 , llega a P_2 y luego regresa a P_1 , entonces la variación de la coordenada de posición es $\Delta x = x_1 - x_2 = 0$.

Es decir que el móvil vuelve a ocupar su posición primitiva. Su desplazamiento en el intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$ es nulo. Por lo tanto, el desplazamiento nos indica el **cambio neto de posición** en el intervalo de tiempo considerado.

Observamos que el móvil tiene en cada instante t una posición, aceptemos que existe la función $x = f(t)$ y la denominamos **ecuación horaria** del movimiento que estudiamos.

Si logramos obtener la ecuación horaria del movimiento de una partícula estaremos en condiciones de prever o "predecir" el futuro de ese móvil: sabremos dónde estará en cualquier instante posterior y también **dónde estuvo** en un instante determinado.

Camino recorrido

Cuando una partícula se encuentra en movimiento, en cada instante de tiempo va ocupando sucesivos puntos en el sistema, ese conjunto de puntos se denomina **trayectoria** de la partícula.

La **longitud** de esa trayectoria se denomina **camino recorrido**.

En el ejemplo de arriba el camino recorrido es $L = P_1P_3 + P_2P_3 = 10 \text{ m} + 4 \text{ m} = 14 \text{ m}$ es decir que la medida del **camino recorrido** es la suma de las medidas de los segmentos P_1P_2 y P_2P_3 .

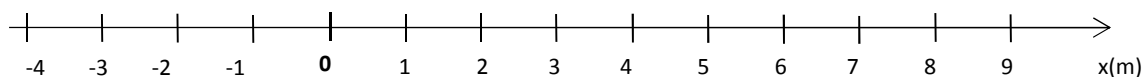
Si la partícula luego regresa al punto de partida, su desplazamiento habrá sido cero pero su camino recorrido será 28m. Como observamos, el camino recorrido al ser una longitud es una magnitud **escalar** y es siempre **positiva**.

Si el móvil parte de P_1 , llega a P_2 y luego regresa a P_1 , la longitud del camino recorrido es $P_1P_2 + P_2P_1 = 6\text{m} + 6\text{m} = 12\text{m}$

Ejercicio

1- Una partícula se mueve sobre una recta. En los siguientes sistemas ubique los vectores de acuerdo a lo indicado.

- a) Vectores posición para los siguiente instantes: En $t=0$: $x = 4\text{m}$, $t=2\text{seg}$: $x=9\text{m}$, $t=5\text{seg}$: $x=5\text{m}$ y $t=10\text{seg}$: $x=-4\text{m}$

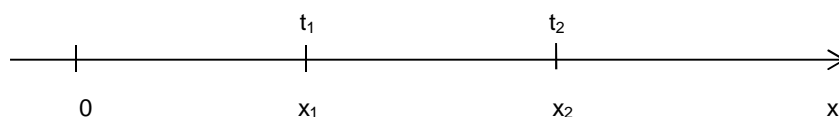


- b) Vectores desplazamiento para los siguientes intervalos: $\Delta t=(0,2)\text{seg}$, $\Delta t=(2,5)\text{seg}$
 $\Delta t=(0,5)\text{seg}$



- c) Calcule el camino recorrido entre $t=0$ y $t=10\text{seg}$ suponiendo que el movimiento fue de avance hasta $x=9\text{m}$ y luego retrocede hasta $x=-4\text{m}$

Velocidad media.



Si la partícula se encuentra en x_1 en el instante t_1 y en x_2 en el instante t_2 como en la figura:

El desplazamiento en el intervalo de tiempo $\Delta t=t_2-t_1$ es $\Delta x=x_2-x_1$ y la velocidad media de la partícula, en el intervalo de tiempo en que dicho desplazamiento ocurrió, es por definición:

$$v_{m12} = \frac{\Delta x_{12}}{\Delta t_{12}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

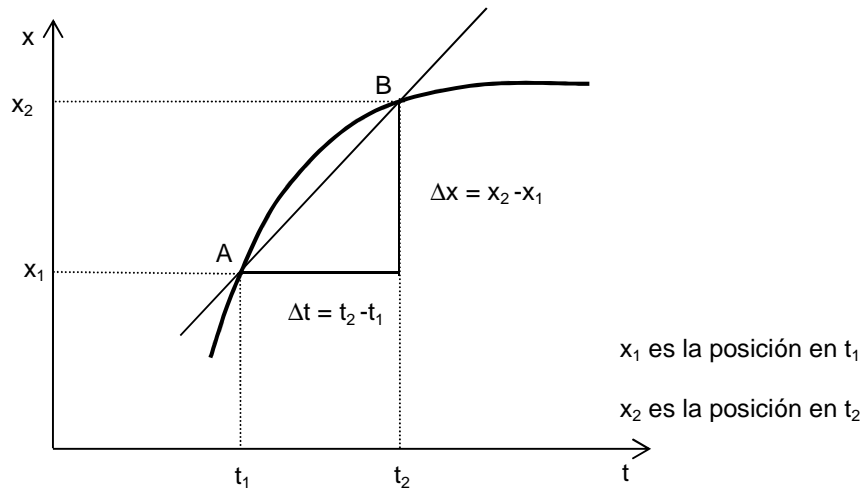
Esto es: el desplazamiento en un intervalo de tiempo Δt se calcula como posición al final del intervalo menos posición al comienzo del intervalo. Y la velocidad media como **el cociente entre el desplazamiento efectuado y el intervalo de tiempo en que dicho desplazamiento ocurrió.**

*La velocidad media se define siempre en un **intervalo** de tiempo.*

Observemos que la velocidad media, así como el desplazamiento, puede ser positiva o negativa. Un valor positivo (>0) indica desplazamiento de izquierda a derecha y un valor negativo (<0) desplazamiento de derecha a izquierda.

Las unidades de la velocidad media: m/s, km/h, mi/s, mi/h.

Supongamos que una partícula se mueve en una línea recta y en cada instante ocupa un punto en el sistema de coordenadas. Si graficamos los pares de datos (t,x) correspondiente a cada punto de su trayectoria, tendríamos, en general, una curva llamada $x(t)$, como la que se muestra :



La *pendiente de la recta secante* a la curva $x=f(t)$ en los puntos A y B, $\frac{\Delta x}{\Delta t}$, es la

Velocidad media v_m en el intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$

Cuanto mayor sea la pendiente de la recta secante, mayor será el módulo de v_m .

Ejercicio

Determina las velocidades medias para los intervalos considerados en el ítem b) del ejercicio de la pág. 28.

Velocidad media escalar o velocidad promedio

Es el cociente entre el camino recorrido (escalar) y el intervalo de tiempo empleado en recorrer esa distancia.

$$\text{velocidad promedio} = \frac{\text{camino recorrido}}{\text{intervalo de tiempo}}$$

Esta es la velocidad que en la vida diaria nos interesa para calcular, por ejemplo, cuánto nos costaría un viaje, sabiendo que nuestro automóvil hace 10 km por litro a una velocidad promedio de 80 km/h. En este caso no nos interesa el hecho de que la carretera sea o no rectilínea, ni si el automóvil avanza o retrocede. Nos interesa el camino que recorre en el intervalo de tiempo referido.

Ejercicio

Calcula la velocidad promedio de todo el intervalo del ejercicio de la pág. 28.

Velocidad instantánea.

Supongamos que una partícula se mueve de tal manera que su velocidad media, medida para cierto número de intervalos de tiempo diferentes, no resulta ser constante. Se dice que esta partícula se mueve con *velocidad variable*.

La velocidad de la partícula en un instante de tiempo cualquiera, es la llamada **velocidad instantánea** y se simboliza con “ v_t ” siendo t el instante considerado.

Para observar si un cuerpo se mueve, o no, siempre necesitamos mirarlo en dos momentos por lo menos, puesto que sólo podemos decir que se mueve si observamos un cambio en su posición. Si consideramos un intervalo de tiempo dado, entonces podemos obtener la velocidad media. Sin embargo, si elegimos el intervalo de tiempo transcurrido entre una observación y la otra, tan pequeño como lo permita nuestro instrumento registrador del tiempo, la velocidad media obtenida, para este intervalo de tiempo, se aproximará a la velocidad instantánea al comienzo del intervalo.

La velocidad instantánea entonces será la velocidad de la partícula **en un instante dado de tiempo**.

Aceleración media

Si la velocidad instantánea varía al transcurrir el tiempo se dice que el movimiento es variado o que la partícula ha sufrido una aceleración.

Definimos la aceleración media, en un intervalo de tiempo, como el cociente entre la variación de la velocidad y el tiempo en que dicha variación ocurrió.

$$a_m = \frac{\Delta v_{12}}{\Delta t_{12}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

La a_m depende del intervalo de tiempo Δt .

Si la velocidad varía al transcurrir el tiempo, existe una función $v=f(t)$ tal que, para cada instante t la partícula tiene un solo valor de v.

La Unidad de a en el SIMELA, se miden: $[v] = \text{m/s}$ $[t] = \text{seg}$

Por lo tanto resulta:

$$[a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Si se reduce el intervalo de tiempo hasta casi cero, la aceleración media calculada será la aceleración instantánea, para el instante inicial del intervalo.

Los movimientos que estudiamos en nuestro curso poseen una sola aceleración. Es decir que la aceleración instantánea será constante.

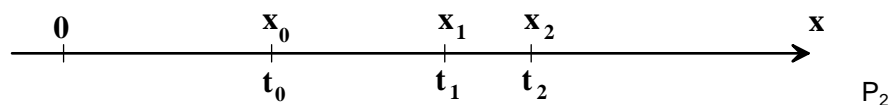
Movimiento Rectilíneo Uniforme: M.R.U.

La característica del MRU es que siempre el desplazamiento es proporcional al tiempo en que dicho desplazamiento ocurrió, independientemente del momento particular en que se da el Δx . Simbólicamente:

$$\Delta x \propto \Delta t \quad \text{entonces} \quad \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{constante} = v$$

Esto es lo mismo que decir que $v = v_m$ para todo Δt .

Para el esquema siguiente:



se cumplirá:

$$\frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} = \frac{x_2 - x_0}{t_2 - t_0} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{constante}$$

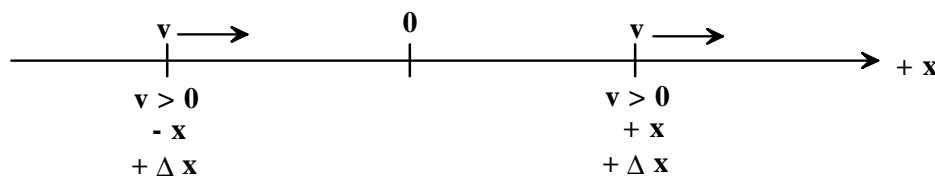
La condición, $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{constante}$ cualquiera sea Δt , caracteriza el MRU.

La velocidad tiene un valor particular para cada MRU y se simboliza:

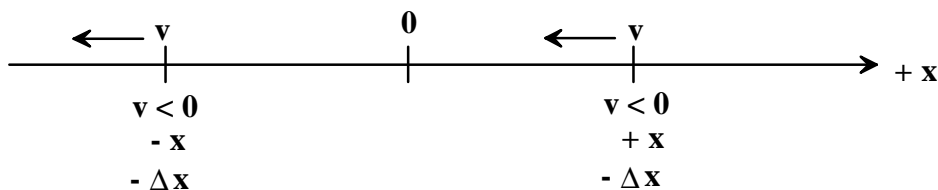
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

el signo de v coincide con el de Δx , pues Δt siempre es positivo.

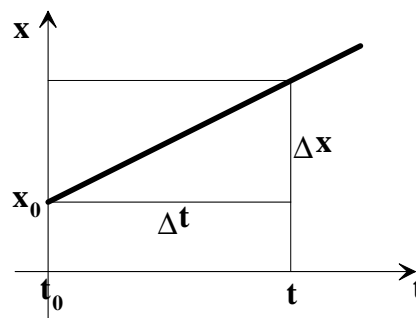
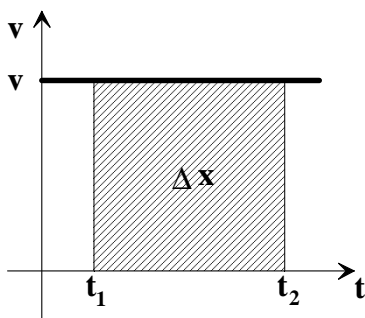
Si $v > 0$; se dice que el movimiento es de **avance** y el móvil se desplaza en el sentido positivo del eje, como se ve en la figura:



Si $\Delta x < 0$; $v < 0$, el movimiento es de **retroceso** o retrógrado, gráficamente:



Si la $v = \text{constante}$, $a_m = a = 0$ ya que $\Delta v = 0$ para todo Δt . El gráfico $v = f(t)$ será una recta paralela al eje de los tiempos (pendiente nula) y el gráfico $x = f(t)$ será una recta (pendiente constante, positiva o negativa, dependiendo del sentido del movimiento).



Ecuación horaria del movimiento rectilíneo uniforme.

Como para un movimiento rectilíneo uniforme es $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ resulta:

$$\Delta \Delta x = v \cdot \Delta t$$

$$x - x_0 = v (t - t_0)$$

Por lo tanto:

$$x = x_0 + v \cdot (t - t_0)$$

Ecuación horaria del MRU

Esta ecuación indica: en el movimiento rectilíneo uniforme la posición del móvil es función de primer grado del tiempo.

En el caso particular de $t_0 = 0$, la ecuación horaria toma la forma:

$$x = x_0 + v \cdot t$$

($t_0 = 0$)

donde en una gráfica $x = f(t)$, x_0 representa la ordenada al origen y v la pendiente de la recta.

Si, además, $x_0 = 0$, resulta:

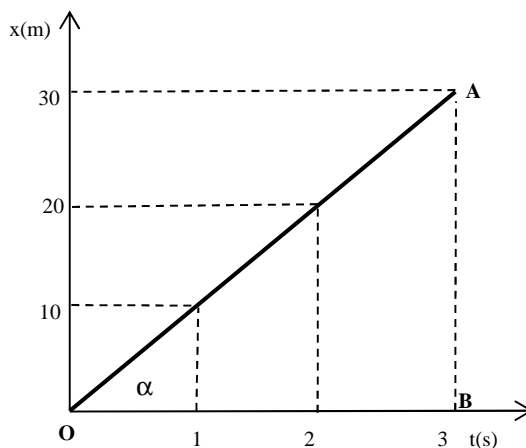
$$x = v \cdot t$$

($t_0 = 0$; $x_0 = 0$)

ésta representa una recta que pasa por el origen de coordenadas en una gráfica $x = f(t)$.

A partir de la ecuación $\Delta x = v \Delta t$ podemos dar una interpretación física del área sombreada (ver gráfico) encerrada por la curva $v = f(t)$ y el eje de los tiempos en el intervalo $\Delta t_{12} = t_2 - t_1$. Observamos que esta área representa justamente a Δx , el desplazamiento en dicho intervalo de tiempo.

Ejemplo 1:



De esta gráfica puede obtenerse la siguiente información:

1. Si el movimiento es de avance o de retroceso. En efecto, de la representación gráfica podemos deducir que el movimiento es de avance pues x crece al transcurrir el tiempo.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10\text{m} - 0\text{m}}{1\text{s} - 0\text{s}} = \frac{30\text{m} - 10\text{m}}{3\text{s} - 1\text{s}} = 10\text{m/seg}$$

2. El valor de la velocidad.

3. El signo de v : es positivo porque Δx es positivo.

Ecuación horaria para este movimiento: $x = 10 t$, donde x se mide en m y t en s.

Ejercicio

La siguiente tabla nos da las posiciones ocupadas por una partícula que tiene un movimiento unidimensional en determinados intervalos de tiempo.

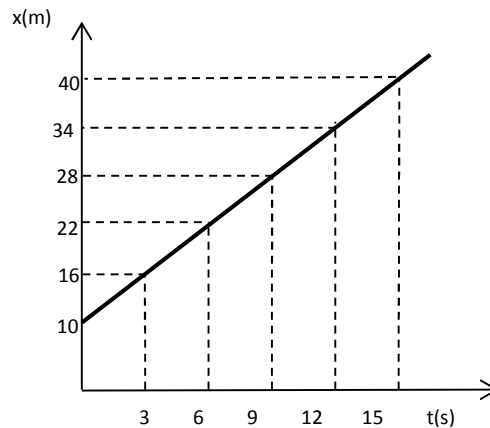
t(seg)	0	3	6	9	12	15
x(m)	10	16	22	28	34	40

a) Construye la gráfica $x(t)$ a partir de los datos de la tabla, con los tiempos en abscisas y posiciones en ordenadas.

- b) ¿Qué movimiento tiene la partícula?
 c) ¿El movimiento es de avance o retroceso?
 d) ¿Cuál es la posición inicial? ¿y la velocidad?
 e) Escribe la ecuación horaria de la posición.

Respuestas

a)



- b) De acuerdo a la gráfica, que es una función lineal, el movimiento es un MRU.
 c) La pendiente de la recta es positiva, por lo tanto el movimiento es de avance.
 d) La posición inicial es la ordenada al origen de la recta: 10m.
 La velocidad es la pendiente de la recta:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{40\text{m} - 16\text{m}}{15\text{s} - 3\text{s}} = 2\text{m/s}$$

- e) La ecuación horaria será: $x = 10\text{ m} + 2\text{ m/s } t$

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado. M.R.U.V.

La característica del M.R.U.V. es que siempre la variación de la velocidad es proporcional al tiempo en que dicha variación ocurrió independientemente del momento particular en que midamos tal variación. Simbólicamente:

$$\Delta v \propto \Delta t \quad \text{o bien} \quad \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \text{constante} = a$$

entonces $\Delta v = a \Delta t$ ó $v - v_0 = a (t - t_0)$

finalmente:

$$v = v_0 + a (t - t_0)$$

que es la ecuación más general para $v = f(t)$ en el M.R.U.V.

Si $t_0 = 0$

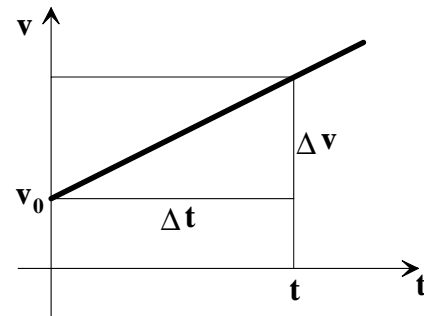
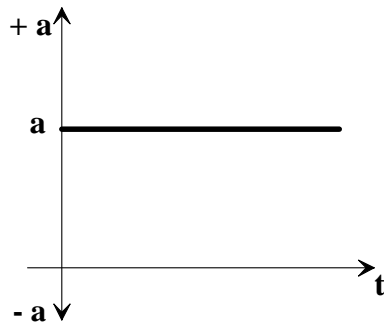
$$v = v_0 + a t$$

Si en $t_0 = 0$ es $v_0 = 0$

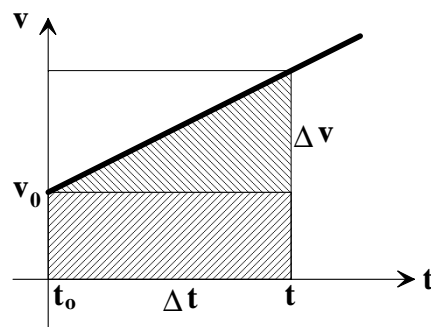
$$v = a t$$

En este caso la recta pasa por el origen de coordenadas.

Si la aceleración es constante, el gráfico $a = f(t)$ será una recta paralela al eje de los tiempos (pendiente nula) y el gráfico $v = f(t)$ será una recta (pendiente constante, positiva o negativa, dependiendo del sentido de la aceleración).



Para tener perfectamente determinado el M.R.U.V. deberíamos conocer la ecuación horaria de la posición. Esto se logra extendiendo el significado físico del área encerrada por la curva $v = f(t)$ y el eje de los tiempos, también a este movimiento.



En la figura anterior se ha representado nuevamente $v = f(t)$ para el M.R.U.V.

Podemos calcular el área del trapecio como la suma de las áreas de un rectángulo de base Δt y altura v_0 y de un triángulo de base Δt y altura Δv .

Entonces el desplazamiento Δx en el intervalo $\Delta t = t - t_0$ es:

$$\Delta x_0 = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} \Delta v \Delta t$$

Como $\Delta v = a \cdot \Delta t$ por definición de M.R.U.V.

$$\Delta x_0 = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

$$x - x_0 = v_0 (t - t_0) + \frac{1}{2} a (t - t_0)^2$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

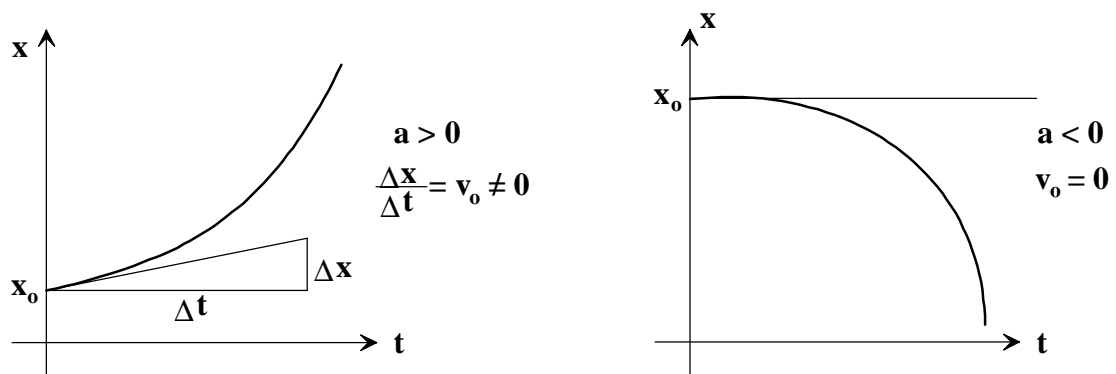
ecuación más general para la posición en función del tiempo para el M.R.U.V.

Si $t_0 = 0$ $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

Si en $t_0 = 0$ es $x_0 = 0$ $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

Si en $t_0 = 0$ es $x_0 = 0$ y $v_0 = 0$ $x = \frac{1}{2} a t^2$

El gráfico de $x = x_0 + v_0 (t - t_0) + (1/2) a (t - t_0)^2$ es una parábola con ordenada al origen x_0 , con y con una concavidad hacia arriba o hacia abajo que depende del signo de la aceleración.



Muchas veces suele ocurrir que, conociendo la aceleración del movimiento y la velocidad en una posición dada, necesitamos conocer la velocidad que el cuerpo tiene después de un cierto desplazamiento. En estos casos es útil encontrar una relación que ligue estas magnitudes sin que aparezca explícitamente el tiempo.

Recordando la expresión de velocidad media: $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

y teniendo en cuenta que la velocidad media también puede escribirse: , $v_m = \frac{v + v_0}{2}$

expresión válida únicamente para el M.R.U.V. (o sea para $a = \text{constante}$), y la definición de

aceleración:
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} ,$$

podemos escribir:
$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v - v_0}{a}$$

$$\Delta x = v_m \Delta t = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) \left(\frac{v - v_0}{a} \right)$$

y

$$\Delta x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

resulta:
$$v^2 = v_0^2 + 2a \Delta x$$

que es la relación buscada.

En resumen, para el M.R.U.V., son válidas, cuando $t_0 = 0$:

$$a = \text{constante}$$

$$v = v_0 + a t$$

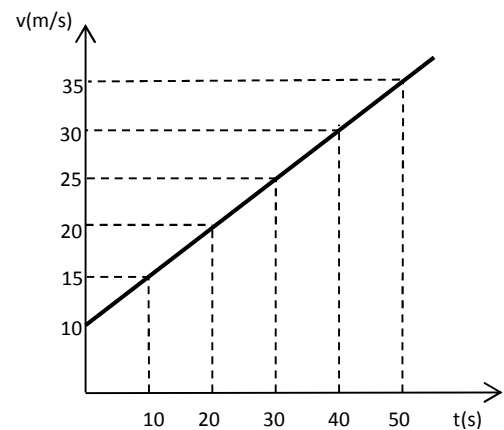
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

Ejemplo

La figura muestra la variación de la velocidad en función del tiempo para una partícula que se mueve con MRUV.

- ¿Cuál es su velocidad inicial?
- Determina la aceleración del movimiento.
- Escribe la ecuación horaria de la velocidad.
- ¿Qué velocidad tiene a los 35 s?
- ¿Qué desplazamiento tiene lugar en el intervalo (10, 40) s?
- Si en $t=0$ la posición fue 50m, escriba la ecuación horaria de la posición.



Respuestas

- Si observamos la gráfica, en $t=0$ la ordenada al origen es 10 m/s, ésta es la velocidad inicial.

$$V_0 = 10 \text{ m/s}$$

- b) La aceleración se obtiene con la expresión de la aceleración media que en el MRUV es constante para cualquier intervalo considerado, y con esa expresión se determina también la pendiente de la recta en la gráfica.

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{30 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}}{(40 - 0) \text{ s}} = 0.5 \text{ m/s}^2$$

- c) La ecuación horaria del MRUV es : $v = v_0 + a t$

Particularizada para nuestro movimiento será

$$v = 10 \text{ m/s} + 0.5 \text{ m/s}^2 t$$

- d) Para encontrar la velocidad a los 35s, reemplazamos el tiempo en la ecuación horaria de la velocidad:

$$v = 10 \text{ m/s} + 0.5 \text{ m/s}^2 \cdot 35 \text{ s} = 27.5 \text{ m/s}$$

- e) El desplazamiento para el intervalo (10,40) s será el área comprendida entre la recta $V(t)$, el eje del tiempo y la líneas verticales que pasan por $t=10\text{s}$ y $t=40\text{s}$:

$$\Delta x = \text{Area Trap} = \frac{B + b}{2} h = \frac{15 \text{ m/s} + 30 \text{ m/s}}{2} \cdot 30 \text{ s} = 675 \text{ m}$$

- f) Si en $t=0$ está en $x=50\text{m}$, entonces $x_0 = 50\text{m}$ y la ecuación horaria de la posición será:

$$x = 50\text{m} + 10 \text{ m/s} t + \frac{1}{2} \cdot 0.5 \text{ m/s}^2 t^2$$

Que nos permite saber dónde se encuentra la partícula en cualquier instante de tiempo.

Situaciones Problemáticas

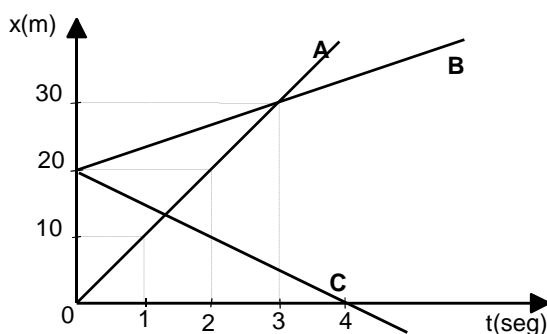
1. Patricia va en bicicleta, por un camino rectilíneo, desde su casa hasta el supermercado que se encuentra a 1,8 mi de distancia. Al regresar, se detiene en la casa de su tía que se encuentra a mitad de camino. a) Calcula su desplazamiento. b) Determina el camino recorrido.

2. Juan se desplaza partiendo de -3.5 m y llegando hasta 8 m sin retroceder. ¿Hacia dónde se mueve Juan? a) Determine el desplazamiento y la distancia recorrida. b) Si demoró 8 s en su recorrido, determina la velocidad media. ¿Es de avance o retroceso?

3. Un viajante se encuentra de regreso de un viaje a una ciudad distante 350km de su ciudad de residencia. Si en el viaje de ida y vuelta empleó 6hs 40min:

- a) ¿Cuál fue el camino recorrido por el viajante?
b) ¿Cuál fue su velocidad media?

- c) ¿Cómo interpreta el resultado del ítem b)?
4. Un camión, durante un viaje recorre 15km con una velocidad media de 21 m/s luego se desplaza 13 km con un velocidad media menor 5m/s. Calcule la velocidad media del camión en todo su recorrido.
5. En la figura siguiente se representa la posición de tres vehículos en función del tiempo:



- a) Los movimientos, ¿son de avance o retroceso? ¿qué movimiento tienen los vehículos?
- b) ¿Qué representan las pendientes de las rectas?
- c) ¿Qué signo tienen las velocidades de cada uno?
- d) ¿Qué valor tiene la velocidad numérica de cada vehículo?
- e) ¿En qué posición e instante se producen los encuentros de los vehículos?
- f) ¿Qué le sucede al vehículo C en $t = 4\text{seg}$?
- 6- La ecuación $x = 0,5 t + 2$ representa la posición en función del tiempo de una partícula que se mueve sobre el eje x. Donde x se mide en metros y t en segundos.
- a) En $t=0$, cuál es la coordenada de la partícula respecto al origen?
- b) En $t=4\text{seg}$, ¿cuál es la coordenada de la partícula respecto al origen?
- c) ¿Cuál fue el desplazamiento al cabo de 1 seg?
- d) ¿Qué tiempo debe transcurrir para que la partícula se encuentre a 8m del origen de coordenadas?
- e) Grafique el movimiento de la partícula para el intervalo (0,5) seg.
- f) Realice la gráfica de velocidad en función del tiempo $v(t)$.
- 7- Un automóvil se mueve en un camino recto una velocidad de 15m/s cuando ve un gran cartel que se encuentra a 120m de distancia. Si se mantiene constantemente con esa velocidad:
- a) ¿Cuánto tiempo demora hasta llegar a la señal?
- b) Realice un esquema de la situación. Grafique $x(t)$.
- 8- La máquina de un tren se mueve en retroceso a velocidad constante hacia una estación de trenes que se encuentra a 250 m. Si su velocidad es de módulo 4.16 m/s: a) ¿Cuánto demora

en llegar a la estación? b) ¿Cuánto demora en recorrer los primeros 100 m? c) Realice los gráficos $x(t)$ y $v(t)$.

9- Una partícula se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la siguiente ecuación:

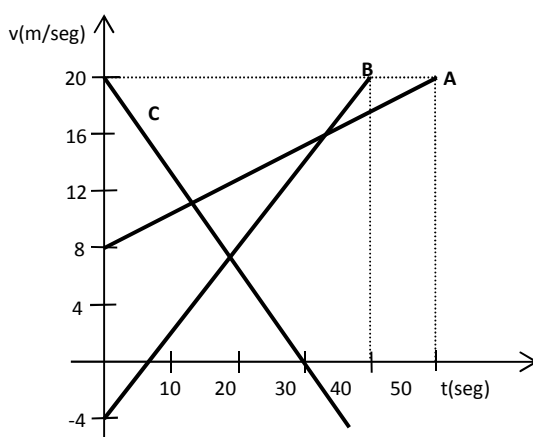
$$x = 2t + 1,5t^2 \quad \text{donde } x \text{ está en metros y } t \text{ en seg.}$$

- ¿Cuál es la posición y la velocidad inicial?
- ¿Cuál es la aceleración del movimiento?
- Calcule la posición y velocidad para $t=3\text{seg}$.
- Calcule el desplazamiento y la variación de velocidad para el intervalo $(1,4)\text{seg}$.
- Realice la gráfica de la posición en función del tiempo para el intervalo $(0,3)\text{seg}$.

10- La ecuación $v=2,5t + 3$ representa la velocidad en función del tiempo para una partícula que se mueve sobre el eje x . Donde v se mide en m/seg y t en seg .

- Grafique $v(t)$.
- ¿Cuál era la velocidad de la partícula cuando se comenzó a registrar el movimiento?
- ¿Cuál es la aceleración de la partícula?
- En $t=4\text{seg}$, ¿cuál es la velocidad numérica?
- Al cabo de 2seg , ¿cuánto se desplazó y cuánto cambió la velocidad?
- Si la partícula se encontraba en $x = 4\text{m}$ cuando comenzó a registrarse el movimiento, escriba la ecuación de la posición en función del tiempo.
- Grafique $x(t)$.

11- La siguiente figura muestra la variación de la velocidad en función del tiempo de tres móviles.



- ¿Qué tipo de movimiento tienen los móviles?
- ¿Cuál de ellos tiene mayor aceleración? Determinélas.
- ¿Cuál es la velocidad inicial de cada uno? ¿De dónde las obtiene?
- Escriba las ecuaciones horarias de la velocidad $v(t)$.
- Calcule las velocidad de cada uno para $t=10\text{seg}$.

- 12-** Un auto de carrera atraviesa la meta y el piloto frena. A los 9 s de aplicados los frenos la velocidad del auto es 25m/s, a los 14s la velocidad del auto disminuye a 12 m/s.
- Determina la aceleración del auto.
 - ¿Qué velocidad tenía en el momento de aplicar los frenos?
 - ¿En qué instante tenía 14 m/s?
- 13-** Un objeto que se desplaza en línea recta tiene una aceleración constante de 4m/s^2 . Su velocidad es de 1 m/s cuando $t = 0$, en cuyo instante está en $x = 7\text{m}$.
- ¿Dónde está y cuál es su velocidad a los 4s?
 - ¿En qué instante tiene una velocidad de 29 m/s?
 - ¿Cuál es su posición en ese instante?
- 14-** Un corredor acelera en un camino horizontal hasta alcanzar 5.36 m/s en 3 s. Su aceleración es $0,640\text{m/s}$.
- Calcule la velocidad del corredor cuando comenzó a acelerar.
 - ¿Cuánto se desplazó en los 3 s?
 - ¿Cuánto tiempo tardará una partícula que se desplaza en línea recta en recorrer 100m si parte del reposo y acelera a 10m/s^2 ?
 - ¿Cuál será su velocidad cuando haya recorrido 100m?
- 15-** Un tren se mueve a lo largo de una vía recta con una velocidad de 180 km/h. Al aplicar los frenos su aceleración de frenado es de 2 m/s^2 . Suponiendo que la aceleración permanece constante,
- ¿a qué distancia de una estación el maquinista deberá aplicar los frenos para que el tren se detenga en ella?
 - ¿Cuánto tardará el tren en detenerse?
- 16-** Una partícula parte del reposo y en el primer segundo recorre 3m con MRUV.
- Determine la aceleración.
 - Calcule las posiciones en los instantes 8 y 9 s y el desplazamiento para ese intervalo.
 - ¿Cuánto tiempo demora en adquirir una velocidad de 35m/s?
 - ¿Qué distancia recorre entre las velocidades 25m/s y 35m/s?
- 17-** Un avión parte del reposo con aceleración constante y en 12s se encuentra despegando con una velocidad de 300m/s.
- ¿Cuál fue su aceleración?
 - ¿Qué distancia recorrió en la pista?
 - ¿Qué velocidad tenía a los 7s?
 - Si la pista fuera de 1600m de longitud, cuál debería ser la aceleración para que pueda despegar a esa misma velocidad?

- 18- Un automóvil parte del reposo y acelera con aceleración constante de 4m/s^2 .
- ¿Cuánto demora en recorrer 242m ?
 - ¿Qué velocidad lleva en ese instante?
 - ¿Cuánto se desplaza entre las velocidades 46m/s y 49m/s ?
- 19- Un objeto con velocidad inicial de 5m/s tiene una aceleración constante de 2m/seg^2 .
- Cuando su velocidad sea de 15m/s :
 - a) ¿Qué distancia habrá recorrido?
 - b) ¿Cuánto tiempo demoró?
- 20- Un joven corre para alcanzar el colectivo que lo llevará a la universidad. El vehículo se encuentra en la parada a 25m del estudiante moviéndose a una velocidad constante de $5,55\text{m/s}$ y el estudiante corre a una velocidad de $8,33\text{m/s}$.
- Haga un esquema de la situación.
 - Escriba las ecuaciones de los movimientos del estudiante y el colectivo.
 - Determine el instante en que el joven alcanza al vehículo.
 - Calcule la distancia que recorrió el joven y el colectivo hasta el encuentro.
 - Represente en un mismo gráfico $x(t)$ los movimientos de ambos.

Bibliografía

- FÍSICA ACTIVA – Editorial Puerto de Palos
- FÍSICA PREUNIVERSITARIA – Paul Tipler – Editorial Reverté
- FÍSICA CONCEPTOS y APLICACIONES - Paul Tippens – Editorial Mc Graw-Hill
- APUNTES INGRESO UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL .
http://www.frcu.utn.edu.ar/archivos/material_ingreso
- MANUAL DE FÍSICA GENERAL
http://www.osinergmin.gob.pe/newweb/pages/Publico/LV_files/Manual_Fisica_General.pdf
- PROBLEMAS RESUELTOS DE FÍSICA - Atilio del C Fabián – Editorial Científica Universitaria de la Secretaría de Ciencia y Tecnología
<http://www.editorial.unca.edu.ar/Publicacione%20on%20line/pdf/LIBRO%20DE%20PROB.%20FISICA.pdf>